AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

PENALARAN ALJABAR MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA MENGGUNAKAN PISA *FRAMEWORK*

Muhammad Syawahid*

Universitas Islam Negeri Mataram, Mataram, Indonesia
**Corresponding author. Universitas Islam Negeri Mataram, Mataram, Indonesia*
E-mail: *syawahid@uinmataram.ac.id*

Received 09 March 2022; Received in revised form 17 June 2022; Accepted 28 June 2022

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran aljabar Mahasiswa Calon Guru Matematika (MCGM) dalam pemecahan masalah matematika dengan menggunakan PISA framework. Penelitian ini menggunkan pendekatan penelitian kualitatif dengan metode studi kasus. Penelitian dilaksanakan dengan memberikan tes matematika kepada 40 MCGM semester 2 UIN Mataram. MCGM yang menjawab dengan benar dikelompokkan berdasarkan strategi yang digunakan dan dilakukan wawancara untuk memperoleh data secara mendalam. Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan tiga tahap yaitu reuksi data, penyajian data dan verifikasi/penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa MCGM melakukan penalaran aljabar dalam pemecahan masalah matematika dengan dua tipe yaitu *functional thinking* dan *deductive-formalization*. Pada tipe *functional thinking*, pada tahap *formulating*, MCGM membuat persamaan dua kuantitas. Pada tahap *employing*, MCGM menggunakan tabel fungsi dan manipulasi angka. Pada tahap *interpreting* dan *evaluating*, MCGM melakukan justifikasi dan pengambilan keputusan. Pada tipe *deductive-formalization*, pada tahap *formulating*, MCGM membuat persamaan dua kuantitas dengan variabel. Pada tahap *employing*, MCGM melakukan pengkondisian atau permisalan untuk variabel bebas dan manipulasi angka. Pada tahap *interpreting* dan *evaluating*, MCGM melakukan justifikasi dan pengambilan keputusan.

Kata kunci: Pemecahan masalah; penalaran aljabar; PISA.

Abstract

This study aims to describe MCGM algebraic reasoning in solving mathematical problems using the PISA framework. This study used a qualitative research approach with a case study method. The study was carried out by giving mathematics tests to 40 MCGM semester 2 UIN Mataram. MCGMs who answered correctly were grouped according to the strategy used and interviews were conducted to obtain in-depth data. Data analiyze in this study conducted by data reduction, display data and verification or conclution. The results showed that MCGM performed algebraic reasoning in solving mathematical problems with two types, functional thinking and deductive-formalization. In the type of functional thinking, in the formulating stage, MCGM makes an equation of two quantities. In the employing stage, MCGM uses function tables and numerical manipulation. At the interpreting and evaluating stages, MCGM performs justification and decision making. In the ductive-formalization type, in the formulating stage, MCGM makes an equation of two quantities with variables. At the employing stage, MCGM performs conditioning or example for independent variables and manipulation of numbers. At the interpreting and evaluating stages, MCGM performs justification and decision making.

Keywords: *Algebraic reasoning; PISA; problem solving;*

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

PENDAHULUAN

Aljabar merupakan salah satu topik dalam matematika yang dipelajari dari sejak sekolah dasar sampai tingkat perguruan tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa aljabar merupakan bagian penting dalam pendidikan khususnya pendidikan matematika. Dalam kurikulum di Indonesia, aljabar mulai diperkenalkan sejak sekolah dasar berupa kompetensi dasar tentang pola bilangan (*pre-algebra*) dan pada jenjang sekolah menengah berupa kompetensi dasar mengenal bentuk aljabar dan operasi pada bentuk aljabar (Permendikbud No 37 Tahun 2018, 2018).

Beberapa studi menunjukkan bahwa banyak siswa mengalami kesulitan dalam aljabar. Kesulitan yang dialami siswa dalam aljabar diantaranya adalah kesulitan dalam *process skill* (Daud & Ayub, 2019; Fitriani et al., 2018; Wijaya et al., 2014). Jupri et al. (2014) dalam penelitiannya menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam aljabar berupa kesulitan dalam matematisasi, ekpresi aljabar, menerapkan operasi aritmatika dalam ekspresi numerik dan aljabar, memahami pertidaksamaan dan memahami notasi variabel.

Lebih lanjut, kesulitan siswa dalam aljabar ditunjukkan dengan keterbatasan siswa dalam pemahaman sifat aljabar khususnya tentang variabel (Ndemo & Ndemo, 2018). Selain itu, siswa mengalami kesulitan berkaitan dengan tujuan masalah, kurangnya pemahaman yang terkait dengan pemodelan matematika, kurangnya akurasi siswa, ketidaktepatan siswa dalam menggunakan pengetahuan untuk mengonversi persamaan, ketidak-mampuan siswa dalam menghitung penyelesaian suatu persamaan, siswa menyimpang dari rumus yang digunakan sebelumnya dan ketidaktahuan siswa yang berkaitan dengan satuan ukur dalam matematika (Agoestanto et al., 2019; Tong & Loc, 2017).

Salah satu bagian dari aljabar yang penting dikembangkan adalah penalaran aljabar. Blanton & Kaput menyatakan bahwa penalaran aljabar merupakan proses di mana siswa menggeneralisasikan ide-ide mate-matika dari satu himpunan contoh tertentu, menetapkan generalisasi tersebut melalui wacana argumentasi, dan mengekspresikannya dengan cara yang semakin formal dan sesuai usia (Lepak et al., 2018). Carraher & Schliemann menambahkan bahwa penalaran aljabar merupakan kemampuan dalam memperhatikan perubahan kuantitas dalam suatu konteks dan menggambarkannya bagaimana kuantitas tersebut terhubung baik dengan menggunakan tabel, grafik, simbol, maupun ekspresi matematika (Uygun & Guner, 2019).

Siswa dapat melakukan penalaran aljabar dengan menghubungkan konsep, menyadari adanya relasi dan membuat generalisasi (Uygun & Guner, 2019). Penalaran aljabar juga dapat dilihat dari performa siswa dalam memecahkan masalah (Lepak et al., 2018).

Penelitian tentang penalaran aljabar telah banyak dilakukan. Hackenberg (2013) menemukan hubungan antara pengetahuan tentang pecahan (*fractional thinking*) dengan penalaran aljabar. Glassmeyer & Edwards (2016) menemukan bahwa guru matematika SMP dapat mengembangkan penalaran aljabar dengan 3 hal yaitu pemahaman konsep dalam menyelesaikan masalah dengan berbagai metode, strategi dalam mencari solusi dan representasi. Lee et al., (2018) dalam penelitiannya menunjukkan bahwa *metacognitive*

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

training berpengaruh secaa signifikan terhadap penalaran aljabar.

Uygun & Guner (2019) dalam penelitiannya menemukan bahwa terdapat tiga cara dalam merepresentasikan penalaran aljabar, yaitu representasi berbasis konteks, representasi berbasis generalisasi dan representasi berbasis formalisasi. Powell et al., (2020) dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa siswa yang menerima intervensi masalah kata dengan komponen penalaran pra-aljabar menunjukkan peningkatan penyelesaian persamaan nonstandar, pemahaman tanda sama dengan, dan pemecahan masalah kata dibandingkan dengan siswa dalam dua kondisi lainnya. Cetin et al. (2021) dalam penelitiannya menyatakan bahwa terdapat hubungan antara translasi antar *multiple representation* (tabel, grafik, simbol dan verbal) dengan penalaran aljabar dan translasi antar *multiple representation* tersebut merupakan predictor yang signifikan dalam penalaran aljabar.

Berdasarkan kajian sebelumnya tentang kesulitan yang dialami siswa dalam aljabar (Daud & Ayub, 2019; Fitriani et al., 2018; Jupri et al., 2014; Wijaya et al., 2014) serta kajian tentang diperlukannya pemberian soal pemecahan masalah dalam penalaran aljabar (Glassmeyer & Edwards, 2016; Lepak et al., 2018), sehingga perlu adanya kajian yang mendeskripsikan penalaran aljabar dalam memecahkan masalah matematika. Hal ini juga didukung dengan hasil kajian Powell et al., (2020) yang menyatakan bahwa siswa yang diberikan intervensi masalah mengalami peningkatan dalam penalaran aljabar.

Kajian untuk mendeskripsikan pelnalaran penting dilakukan untuk mengetahui bagaimana siswa merepresentasikan penalaran aljabar (Uygun & Guner, 2019) dan mengetahui bagaimana strategi yang digunakan Glassmeyer & Edwards (2016).

Kerangka kerja yang digunakan untuk mendeskripsikan penalaran aljabar dalam penelitian ini adalah kerangka kerja *program for international students assessment* (PISA) yang terdiri dari *formulating*, *employing*, *interpreting* dan *evaluating* (OECD, 2017). Penggunaan kerangka kerja tersebut didasarkan karena salah satu konten yang dikaji dalam PISA berkaitan dengan ekpresi aljabar.

Oleh sebab itu, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran aljabar mahasiswa calon guru matematiia (MCGM) dalam pemecahan masalah matematika dengan menggunakan kerangka kerja PISA.

METODE PENELITIAN

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan metode studi kasus. Penelitian ini berfokus pada pemecahan masalah yang dilakukan beberapa individu yang diambil dari partisipan. Individu tersebut menjadi subjek penelitian yang secara mendetail dideskripsikan penalaran aljabarnya dalam pemecahan masalah matematika.

Partisipan dalam penelitian inii adalah 40 MCGM UIN Mataram. Pemilihan 40 mahasiswa calon guru matematika tersebut didasarkan pada pengetahuan mereka tentang aljabar di mana mereka sudah menempuh mata pelajaran maupun mata kuliah yang berkaitan dengan aljabar. Instrumen dalam penelitian ini adalah tes penalaran aljabar yang diadaptasi dari Dindyal (2009).

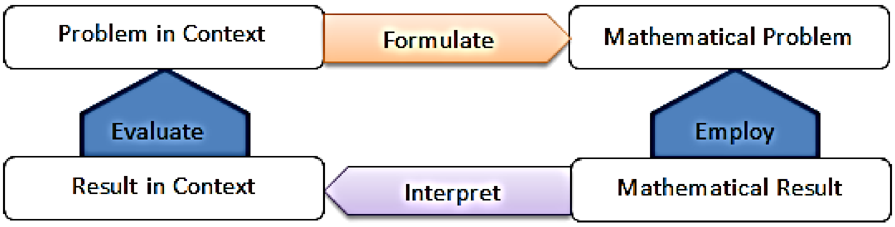
AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

1. Rental Mobil A memilikii tarif Rp. 200.000 perhari dan Rp. 10.000 perkiloeter. Sedangkan Rental Mobil B memiliki tarif Rp. 150.000 perhari dan Rp. 20.000 perkilometer. Rental manakah yang kamu pilih untuk bepergian satu hari? Berikan alasan dari jawabanmu!.
2. Percetakan A memiliki tarif cetak dokumen 150/lembar untuk hitam putih dan 500/lembar untuk warna sedangkan Percetakan B memiliki tarif cetak dokumen 200/lembar untuk hitam putih dan 450/lembar untuk warna. Jika anda akan mencetak dokumen, rental mana yang anda pilih? Berikan alasan dari jawaban anda!.

Gambar 1. Tes pemecahan masalah matematika

Pengumpulan data dilakukan tes dan wawancara. Penelitian dilakukan dengan memberikan tes pemecahan masalah diberikan kepada seluruh partisipan. Partisipan dengan jawaban yang benar dikelompokkan berdasarkan strategi yang digunakan. Selanjutnya dipilih 2 MCGM yang memiliki jawaban yang berbeda sebagai subjek penelitian untuk diwawancara. Jawaban subjek penelitian dan hasil wawancara selanjutnya dianalisis dengan *framework* PISA seperti ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. PISA framework (OECD, 2017)

Analisis data yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan Miles & Hubarman yang terdiri dari reduksi data, penyajian data dan verification/kesimpulan. Dalam reduksi data, siswa yang memiliki jawaban benar ditranskrip dan disesuaikan dengan kerangka kerja PISA yaitu tahap *formulating*, *employing*, *interpreting* dan *evaluating*. Tahap penyajian data dilakukan dengan mendeskripsikan penalaran aljabar siswa yang diperoleh dari hasil jawaban dan wawancara. Pada tahap verifikasi dan kesimpulan, jawaban siswa diverifikasi dengan hasil wawancara kemudian dilakukan triangulasi teori dengan menyelaraskan temuan dengan teori yang relevan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah instrumen tes diberikan kepada 40 MCGM, diperoleh 2 subjek yang memiliki jawaban yang benar dan menggunakan strategi yang berbeda. Kedua MCGM tersebut dijadikan subjek penelitian dan dilakukan wawancara untuk memperoleh data lebih mendalam.

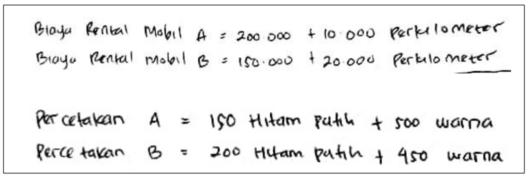
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

Subjek 1

Tahap *Formulating*

Pada tahap memformulasikan masalah (*formulating*), S1 menyederhanakan masalah dengan menuliskan hubungan (persamaan) antar variabel. Pada instrumen pertama S1 menyederhanakan masalah dengan membuat persamaan biaya rental mobil A dan biaya rental mobil B perhari dengan variabel perkilometer (Gambar 3).



Gambar 3. Tahap *formulating* S1

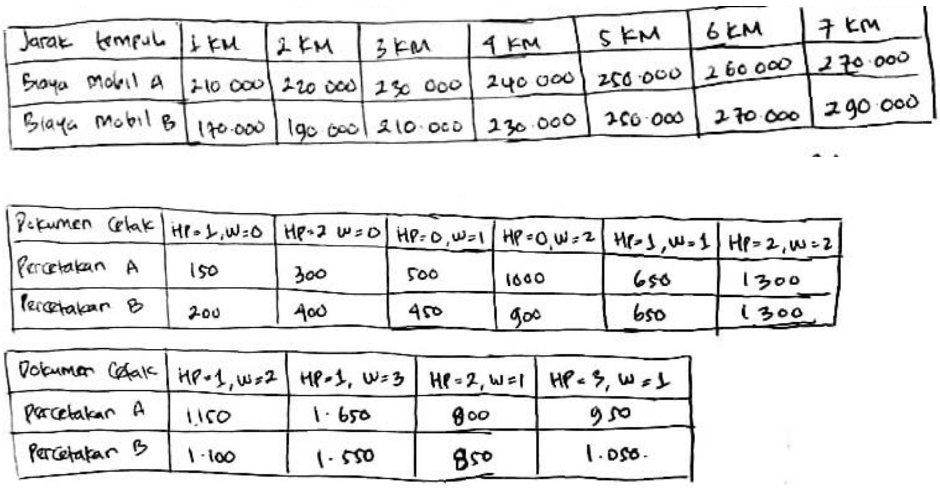
Pada instrumen kedua S1 menyederhanakan masalah dengan membuat persamaan biaya percetakan A dan percetakan B dengan variabel dokumen cetak hitam putih dan warna (Gambar 3). Dalam menyederhanakan kedua masalah tersebut S1 sebelumnya melakukan identifikasi aspek matematis dari kontes masalah tersebut kemudian mengidentifikasi variabel yang signifikan. Setelah mengidentifikasi variabel, S1 menyederhanakannya dalam representasi persamaan antar variabel (biaya, jarak tempuh/dokumen cetak).

P : Bagaimana anda memahami masalah dalam dua soal tersebut?

S1: Pada soal nomor 1, saya memahami masalah dengan menuliskan apa yang diketahui dalam soal yaitu tarif mobil A dan mobil B untuk masing-masing perkilometer, sedangkan pada masalah kedua saya menuliskan biaya percetakan A dan B untuk masing-masing dokumen cetak hitam putih dan dokumen cetak warna.

Tahap *Employing*

Pada tahap menggunakan konsep (*emplyong*), untuk masalah 1 S1 menggunakan konsep fungsi dengan membuat tabel dengan tiga baris, baris pertama untuk jarak tempuh, baris kedua untuk tarif mobil A dan baris ketiga untuk tarif mobil B. dalam menggunakan konsep fungsi, S1 juga menggunakan konsep arttmatika sederhana berupa perkalian dan penjumlahan untuk masing-masing jarak tempuh (Gambar 4).



Jarak tempuh	1 KM	2 KM	3 KM	4 KM	5 KM	6 KM	7 KM
Biaya Mobil A	210 000	220 000	230 000	240 000	250.000	260 000	270.000
Biaya Mobil B	170.000	190 000	210.000	230.000	250.000	270.000	290.000

Dokumen Cetak	HP=1,W=0	HP=2 W=0	HP=0,W=1	HP=0,W=2	HP=1,W=1	HP=2,W=2
Percetakan A	150	300	500	1000	650	1300
Percetakan B	200	400	450	900	650	1300

Dokumen Cetak	HP=1,W=2	HP=1, W=3	HP=2, W=1	HP=3, W=1
Percetakan A	1.150	1.650	800	950
Percetakan B	1.100	1.550	850	1.050.

Gambar 4. Tahap *Employing* S1

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

P : Setelah anda memahami masalah, Bagaimana anda menyelesaikan soal pertama?

S1 : Awalnya saya coba-coba menentukan tarif mobil A dan mobil B dengan jarak tempuh 1 Km, 2 Km, dan seterusnya. Hasil coba-coba tersebut saya tulis dalam tabel supaya rapi. Dari hasil coba-coba tersebut saya menemukan bahwa tarif mobil A dan mobil B bisa sama yaitu pada jarak 5 Km. selanjutnya saya juga melihat bahwa pada jarak kurang dari 5 Km tariff mobil B lebih murah, sedangkan pada jarak lebih dari 5 Km, tariff mobil A lebih murah.

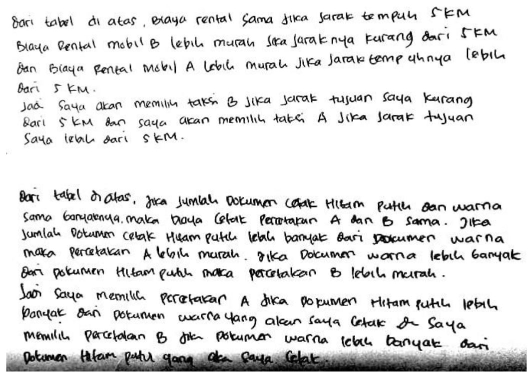
P : Lalu, bagaimana dengan soal kedua?

S1: Hal serupa saya lakukan, saya mencoba menentukan biaya percetakan A dan B dengan dokumen cetak hitam putih saja sebanyak 1 sampai 5 lembar dan ternyata percetakan A lebih murah, kemudian saya coba dengan dokumen cetak warna saja sebanyak 1 sampai 5 lembar dan ternyata percetakan B lebih murah. Selanjutnya saya coba untuk dokumen cetak hitam putih dan warna dengan jumlah yang sama yaitu 1 – 5 lembar dan ternyata biaya percetakan A dan B sama.

Dalam proses *employing* tersebut S1 merancang dan menerapkan strategi untuk menemukan solusi, menggunakan fakta, aturan, algoritma dan struktur, memanipulasi angka dalam ekspresi pesamaan, membuat tabel untuk mengekstrak informasi, dan membuat generalisasi berdasarkan hasil penerapan prosedur matematika untuk menemukan solusi.

Tahap *interpret and evaluate*

Pada tahap interpretasi dan evaluasi, S1 menafsirkan hasil matematika yang diperoleh ke konteks dunia nyata, misalnya pada masalah pertama, S1 menafsirkan hasil perhitungan tarif mobil A dan mobil B relatif yaitu tergantung jarak tempuh, jika jarak tempuhnya kurang dari 5 Km, tarif mobil B lebih murah, jika jarak tempuhnya lebih dari 5 Km, tariff mobil A lebih murah dan tariff mobil A dan B sama jika jarak tempuhnya tepat 5 Km. begitujuga pada masalah kedua, S1 menafsirkan hasil perhitungan biaya cetak percetakan A dan B yang relative yang bergantung pada jumlah dokumen cetak hitam putih dan dokumen cetak warna. Selain itu S1 juga memahami bagaimana dunia nyata mempengaruhi hasil dan perhitungan prosedur (Gambar 5).


Dari tabel di atas, Biaya rental sama jika jarak tempuh 5 KM
Biaya Rental mobil B lebih murah jika jaraknya kurang dari 5 KM
dan Biaya Rental Mobil A lebih murah jika jarak tempuhnya lebih
dari 5 KM.
Jadi Saya akan memilih taksi B jika jarak tujuan saya kurang
dari 5 KM dan saya akan memilih taksi A jika jarak tujuan
saya lebih dari 5 KM.

Dari tabel di atas, jika jumlah Dokumen cetak Hitam putih dan warna
sama banyaknya, maka biaya cetak percetakan A dan B sama. Jika
jumlah Dokumen cetak Hitam putih lebih banyak dari ~~Dokumen~~ warna
maka percetakan A lebih murah. Jika Dokumen warna lebih banyak
dari Dokumen Hitam putih maka percetakan B lebih murah.
Jadi saya memilih percetakan A jika Dokumen Hitam putih lebih
banyak dari Dokumen warna yang akan saya cetak ~~dan~~ Saya
memilih percetakan B jika Dokumen warna lebih banyak dari
Dokumen Hitam putih yang akan saya cetak.

Gambar 5. Tahap *interpreting* dan *evaluating* S1

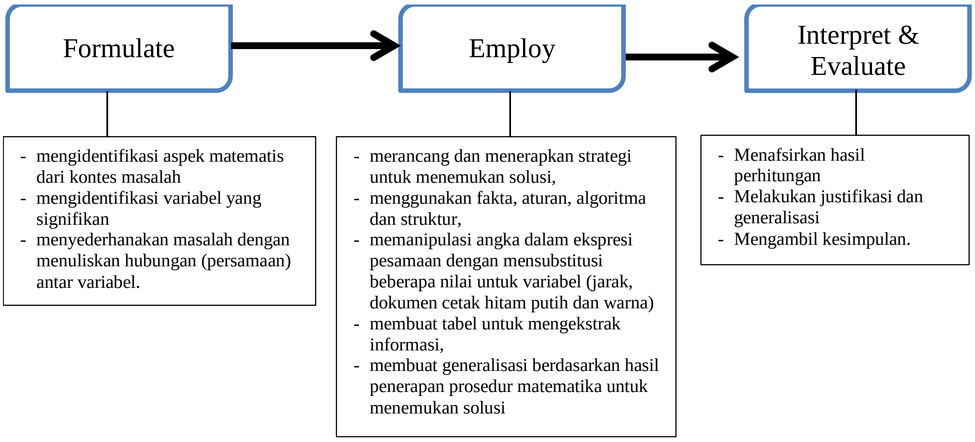
P : Apakah kedua soal tersebut sering anda temaukan dalam dunia nyata?

S1: Ya, terutama soal yang kedua, saya sering cetak dokumen tugas di beberapa rental (percetakan) dan harganya kadang bervariasi. Kadang juga tugas yang saya cetak tersebut hitam putih saja, kadang hitam putih dan warna.

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika ISSN 2089-8703 (Print)
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221 ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

Dalam tahap *interpreting* dan *evaluating*, S1 juga melakukan justifikasi dari pemilihan mana yang lebih baik (mobil A & B dan percetakan A & B). proses justifikasi tersebut didasarkan pada hasil perhitungan pada tabel. Proses berpikir S1 dapat digambarkan seperti pada Gambar 6.

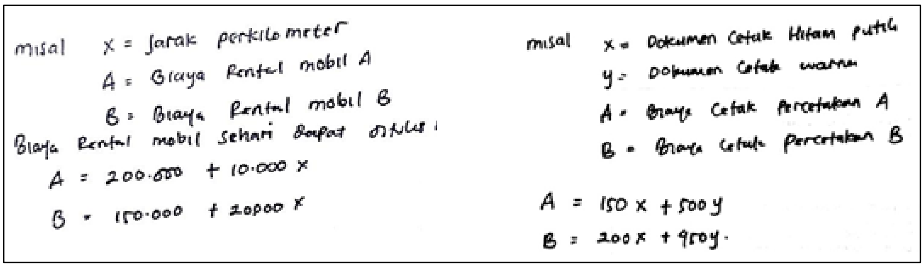


Gambar 6. Proses penalaran aljabar S1

Subjek 2

Tahap *formulating*

Dalam tahap *formulating*, S2 menyederhanakan masalah dengan membuat permisalan untuk masing-masing variabel, kemudian menuliskan hubungan (persamaan) antar variabel. Pada instrumen pertama S2 membuat permisalan dengan menggunakan variabel x untuk mewakili jarak perkilometer, variabel A untuk biaya rental mobil A dan variabel B untuk biaya rental B kemudian menyederhanakan masalah dengan membuat persamaan A dan B dengan variabel x. Dalam menyederhanakan masalah pertama tersebut S2 sebelumnya melakukan identifikasi aspek matematis dari kontes masalah tersebut kemudian mengidentifikasi variabel yang signifikan. Setelah mengidentifikasi variabel, S2 menyederhanakannya dalam representasi persamaan linier satu variabel (Gambar 7).



Gambar 7. Tahap *Formulating* S2

Pada instrumen kedua, S2 juga melakukan permisalan dengan variabel x untuk dokumen cetak hitam putih, variabel y untuk dokumen cetak warna, variabel A untuk biaya cetak percetakan A dan variabel B untuk biaya cetak percetakan B. Dalam menyederhanakan masalah kedua tersebut S2 sebelumnya melakukan identifikasi aspek matematis dari kontes masalah tersebut kemudian

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika ISSN 2089-8703 (Print)
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221 ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

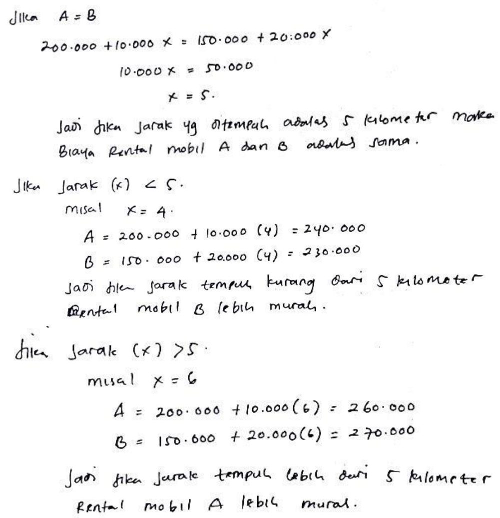
mengidentifikasi variabel yang signifikan. Setelah mengidentifikasi variabel, S2 menyederhanakannya dalam representasi persamaan linier dua variabel.

P : Bagaimana anda memahami masalah dalam dua soal tersebut?

S2: Pada soal nomor 1, saya memahami masalah dengan membuat permisalan dengan variabel x untuk jarak tempuh, variabel A untuk biaya rental mobil A dan variabel B untuk biaya rental mobil B kemudian menulis persamaan untuk masing-masing variabel A dan B untuk variabel x. pada soal nomor 2, saya memahami masalah dengan membuat permisalan dengan variabel x untuk jumlah dokumen cetak hitam putih, variabel y untuk jumlah dokumen warna, variabel A untuk biaya percetakan A dan variabel B untuk biaya percetakan B kemudian menuliskan persamaan linier dua variabel untuk variabel A dan B.

Tahap *Employing*

Pada tahap *employing*, untuk instrumen pertama, S2 berfikir akan adanya kemungkinan biaya yang sama antara mobil A dan mobil B yaitu dengan mengkondisikan $A = B$. Selanjutnya dengan operasi aljabar sederhana diperoleh nilai $x = 5$. Dari hasil $x = 5$, S2 melakukan pengkondisian lagi untuk $x < 5$, membuat permisalan untuk $x = 4$ dan mensubstitusikannya ke persamaan A dan B kemudian membandingkan nilai A dan nilai B yang diperoleh. Selanjutnya dia melakukan pengkondisian lagi untuk $x > 5$, membuat permisalan untuk $x = 6$ dan mensubstitusikannya ke persamaan A dan B kemudian membandingkan nilai A dan B yang diperoleh (Gambar 8).

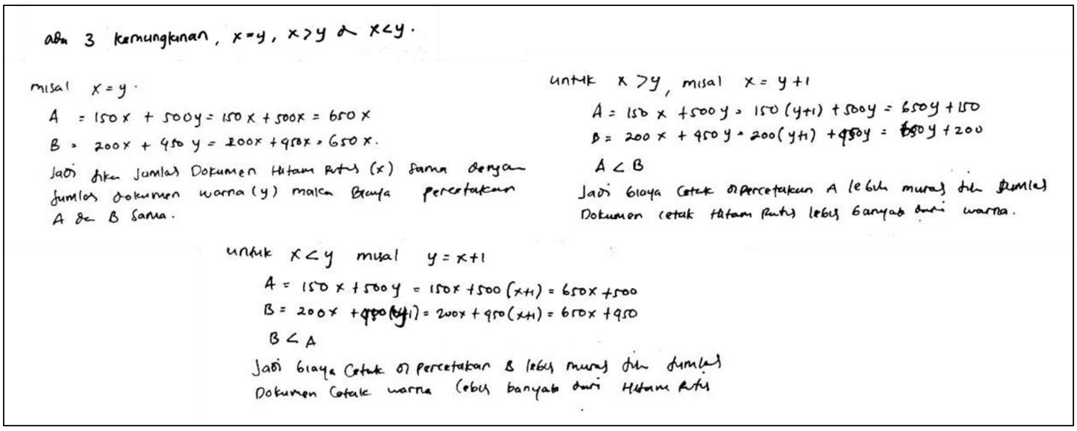


Gambar 8. Tahap *Employing* S2 untuk soal nomor 1

Pada instrumen kedua, S2 melakukan pengkondisian untuk variabel x dan y dengan tiga kemungkinan yaitu $x = y$, $x > y$ dan $x < y$. untuk kondisi pertama, S2 menuliskan permisalan $x = y$, kemudian mensubstitusikan ke persamaan A dan persamaan B kemudian membandingkan nilai persamaan A dan B. untuk kondisi kedua, S2 menuliskan $x > y$, kemudian membuat permisalan $x = y + 1$, kemudian mensubstitusikannya ke persamaan A dan B, kemudian membandingkan nilai persamaan A dan B. untuk kondisi ketiga, S2 menuliskan $x < y$, kemudian membuat permisalan $y = x + 1$, kemudian mensubstitusikannya ke persamaan A dan B, kemudian membandingkan nilai persamaan A dan B (Gambar 9).

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika ISSN 2089-8703 (Print)
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221 ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006



ada 3 kemungkinan, $x=y$, $x>y$ & $x<y$.

misal $x = y$.

$A = 150x + 500y = 150x + 500x = 650x$

$B = 200x + 450y = 200x + 450x = 650x$.

Jadi jika jumlah Dokumen Hitam Putih (x) sama dengan jumlah dokumen warna (y) maka Biaya percetakan A & B sama.

untuk $x>y$, misal $x = y+1$

$A = 150x + 500y = 150(y+1) + 500y = 650y + 150$

$B = 200x + 450y = 200(y+1) + 450y = 650y + 200$

$A < B$

Jadi biaya cetak di percetakan A lebih murah dan jumlah Dokumen cetak Hitam Putih lebih banyak dari warna.

untuk $x<y$ misal $y = x+1$

$A = 150x + 500y = 150x + 500(x+1) = 650x + 500$

$B = 200x + 450(x+1) = 200x + 450(x+1) = 650x + 450$

$B < A$

Jadi biaya cetak di percetakan B lebih murah dan jumlah Dokumen cetak warna lebih banyak dari Hitam putih

Gambar 9. Tahap *Employing* S2 untuk soal nomor 2.

P : Setelah anda memahami masalah, Bagaimana anda menyelesaikan soal pertama?

S2: Setelah saya mengamati persamaan A dan B dengan variabel x, saya berfikir bahwa mungkinkah biaya mobil A (A) sama dengan biaya mobil B (B)? kemudian saya mencoba menulis $A = B$ dan menyelesaikan persamaan tersebut kemudian memperoleh nilai $x = 5$. Dari hasil ini saya membuat kesimpulan sementara bahwa untuk jarak tempuh 5 KM, kedua rental mobil tersebut memiliki biaya yang sama. Kemudian saya membuat permisalan untuk jarak kurang dari 5 Km dan lebih dari 5 Km dann saya dapatkan hasil seperti pada jawaban saya.

P : Lalu, bagaimana dengan soal kedua?

S2 : Pertama saya agak bingung dengan soal kedua karena persamaan A dan B berbentuk system persamaan linier dua variabel tapi nilai konstantanya belum diketahui. Kemudian saya berfikir, karena ada dua variabel yaitu x dan y, maka tentu ada 3 kemungkinan yaitu $x = y$, $x > y$ dan $x < y$. setelah itu saya substitusikan ketiga kemungkinan tadi ke persamaan A dan B kemudian saya bandingkan.

Dalam proses *employing* tersebut S2 merancang dan menerapkan strategi untuk menemukan solusi, melakukan pengkondisian, menggunakan fakta, aturan, algoritma dan struktur, memanipulasi variabel dalam ekspresi pesamaan, dan membuat generalisasi berdasarkan hasil penerapan prosedur matematika untuk menemukan solusi.

Tahap *interpret and Evaluate*

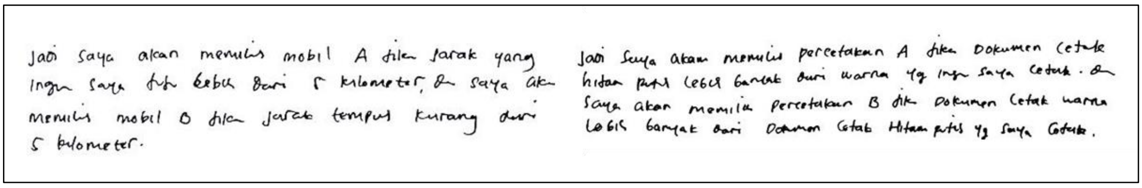
Pada tahap interpret dan evaluate, S2 menafsirkan masalah dengan kehidupan nyata, misalnya pada masalah pertama, S2 menafsirkan kemungkinan biaya rental mobil A dan mobil B sama dan menginterpretasikan bahwa biaya rental mobil A dan B sama jika menempuh jarak 5 KM. hasil tersebut menuntun S2 untuk menginterpretasikan lagi untuk kondisi jarak kurang dari 5 Km dan lebih dari 5 Km. pada akhirnya S2 melakukan justifikasi dan pengambilan keputusan yang sifatnya relatif. Pada masalah kedua, S2 juga menafsirkan kemungkinan jumlah dokumen cetak hitam putih dan warna dengan tiga kemungkinan yaitu jumlah keduanya

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

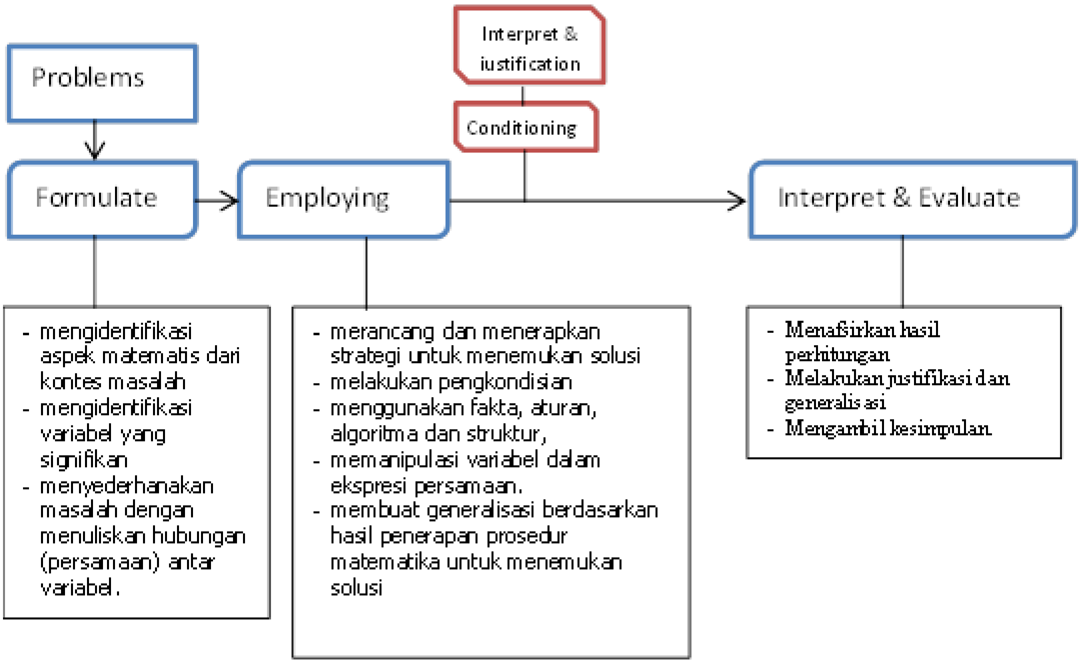
DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

sama atau jumah salah satunya lebih banyak. Penafsiran tersebut mengantarkan S2 untuk menginterpretasikah hasil perhitungan pada ketiga penafsiran tadi. Pada akhirnya S2 melakukan justifikasi dan pengambilan keputusan yang bersifat relative (Gambar 10).



Gambar 10. Tahap *Interpreting* dan *Evaluating* S2

S2 melakukan justifikasi dalam setiap penafsiran. Pada instrumen pertama, S2 melakukan justifikasi pada tiga penafsiran yaitu penafsiran untuk jarak tempuh 5 Km, kurang dari 5 Km dan lebih dari 5 Km. untuk istrumen kedua, S2 melakukan justifikasi pada tiga penafsiran juga yaitu untuk $x = y, x > y\ dan\ x < y$. Proses berpikir S2 dapat digambarkan seperti pada Gambar 11.



Gambar 11. Proses penalaran aljabar S2

Diskusi

Penelitian ini mendeskripsikan penalaran aljabar MCGM dalam pemecahan masalah matematika berdasarkan PISA *framework*. Pemberian soal pemecahan masalah dilakukan untuk melihat penalaran aljabar siswa (Lepak et al., 2018). Hasil penelitian menunjukkan bahwa MCGM memecahkan masalah matematika dengan menggunakan penalaran aljabar yang berbeda. Penalaran aljabar pertama yang digunakan MCGM adalah membuat model dengan tabel fungsi. Penalaran ini merupakan bentuk dari *functional thinking* yaitu melakukan generalisasi dengan menggambarkan hubungan antar fungsi berupa

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika ISSN 2089-8703 (Print)
Volume 11, No. 2, 202, 1208-1221 ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

simbolisasi kuantitats dan melakukan operasi dengan ekspresi simbol atau representasi data secara grafik/tabel/diagram secara induktif. Pada kasus ini MCGM menggambarkan hubungan dua kuantitas secara dengan tabel. Tipe penalaran ini berkaitan dengan konsep berpikir fungsional sebagai bagain dari berpikir representasional dengan melakukan generalisasi antar dua kuantitas (Wilkie & Clarke, 2016). Dalam penalaran *functional thinking*, MCGM melakukan representasi fungsi dengan tabel dan melakukan pengambilan keputusan dengan membandingkan dua kuantitas pada tabel yang dibuat.

Penalaran aljabar kedua yang digunakan MCGM adalah dengan membuat model persamaan secara simbolik kemudian melakukan permisalah atau pengkondisian untuk melakukan justifikasi. Penalaran ini merupakan *deductive-formalization* yaitu proses penalaran dari prinsif umum ke kasus khusus (Cohen & Stimmer dalam Hidayah et al., 2020). Penalaran *deduktif-formalizatoion* dilakukan dengan tiga tahap yaitu mengkonstruk model, memformulasi kesimpulan dan memvalidasi kesimpulan (Coskun, 2021).

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dalam pemecahan masalah matematika, MCGM menggunakan representasi tabel (*functional thinking*) dan membuat generalisasi dengan menguji persamaan (*deductive-formalization*). S1 memformulasikan masalah dengan menyederhanakan masalah dengan menuliskan hubungan antar variabel kemudian menggunakan representasi tabel dan menentukan nilai variabel biaya. Dalam representasi tabel tersebut, mahasiswa calon guru tipe functional thinking menggunakan konsep dan aturan aritmatika sederhana dengan memanipulasi nilai variabel bebas. Sedangkan S2 memformulasikan masalah dengan membuat permisalan untuk masing-masing variabel kemudian menuliskan persamaan hubungan antar variabel kemudian melakukan pengkondisian dan menggunakan aturan dan prosedur matematika sederhana untuk menentukan dan membandingkan nilai variabel biaya. Kemampuan memformulasikan masalah *word problem* ini menjadi salah satu faktor kemampuan literasi matematika, seperti dalam Penelitian Wijaya, Heuvel-panhuizen, Doorman, & Robitzch (2014), Duong Huu Tong & Nguyen Phu Loc (2017), Vale, Murray, & Brown (2013) dan Edo, Ilma, & Hartono (2013) yang mengungkapkan bahwa kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal matematika adalah merumuskan masalah.

Pada tahap *employing*, MCGM menunjukkan penguasaan konsep, strategi solusi dan representasi yang berbeda. Temuan ini didukung oleh Glassmeyer & Edwards (2016) dalam penelitiannya yang menyatakan bahwa tiga aktifitas yang mempengaruhi penalaran aljabar, yaitu pengetahuan konseptual, strategi solusi dan representasi. Selain itu, MCGM menghubungan konsep persamaan dan pertidaksamaan kemudian melakukan generalisasi. Hal ini selaras dengan pernyataan Uygun & Guner (2019) yang menyatakan bahwa siswa dapat melakukan penalaran aljabar dengan menghubungkan konsep, menyadari adanya relasi dan membuat generalisasi.

Dalam pemecahan masalah matematika, MCGM melakukan penalaran aljabar dengan menggunakan relasi fungsi. Hal ini senada dengan pernyataan Kaput (Stephens et al., 2017) yang menyatakan bahwa salah

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

satu bentuk dari penalaran aljabar adalah bekerja dengan dengan relasi fungsi yang melibatkan hubungan dua kuantitas. MCGM juga merepresentasikan masalah aljabar dengan berbagai cara diantaranya adalah dengan tabel dan simbolik.

Lebih lanjut, hasil penelitian juga mengungkapkan bahwa MCGM melakukan penalaran dengan beragam representasi yaitu verbal, tabel dan symbol serta adanya translasi antar bentuk representasi tersebut. Proses translasi ini merupakan salah satu prediktor yang signifikan dalam penalaran aljabar (Cetin et al., 2021). Adanya translasi representasi ini mengarahkan MCGM untuk melakukan generalisasi dengan representasi berbasis fomalisasi yaitu melakukan justifikasi dengan menggunakan ekspresi aljabar secara formal (Uygun & Guner, 2019).

MCGM menyelesaikan soal matematika dimulai dengan melakukan aksi *formulating* yaitu dengan membuat persamaan dua kuantitas. Tahap ini merupakan kompetensi strategi penalaran aljabar berupa membaca dan interpretasi teks (C1), mengidentifikasi kuantitas dan hubungan antar dua kuantitas tersebut (C2) dan menggunakan representasi aljabar untuk hubungan dua kuantitas (C3) (Lepak et al., 2018). Selanjutnya MCGM menyelesaikan persamaan dua kuantitas dengan cara membuat tabel fungsi dan atau melakukan permisalan. Tahap ini merupakan kompetensi strategi penalaran aljabar berupa melakukan perhitungan dan prosedur dengan presisi dan memeriksa hasil yang masuk akal (C4).

KESIMPULAN DAN SARAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa MCGM melakukan penalaran aljabar dalam pemecahan masalah matematika dengan dua tipe yaitu *functional thinking* dan *deductive-formalization*. Penalaran dengan tipe *functional thinking*, pada tahap *formulating*, MCGM membuat persamaan dua kuantitas. Pada tahap *employing*, MCGM menggunakan tabel fungsi dan manipulasi angka. Pada tahap *interpreting* dan *evaluating*, MCGM melakukan justifikasi dan pengambilan keputusan. Penalaran dengan tipe *deductive-formalization*, pada tahap *formulating*, MCGM membuat persamaan dua kuantitas dengan variabel. Pada tahap *employing*, MCGM melakukan pengkondisian atau permisalan untuk variabel bebas dan manipulasi angka. Pada tahap *interpreting* dan *evaluating*, MCGM melakukan justifikasi dan pengambilan keputusan.

Hasil penelitian ini dapat menjadi rujukan untuk pengembangan teori tentang penalaran aljabar. Penelitian ini memiliki keterbatasan pada subjek yang diambil dari jumlah partisipan yang relatif kecil sehingga tidak dapat digeneralisasi secara umum. Oleh karena itu peneliti memberikan saran untuk penelitian selanjutnya yaitu dengan melakukan penelitian untuk partisipan yang lebih besar dan dianalisis secara kuantitatif agar dapat dilakukan generalisasi secara umum.

DAFTAR PUSTAKA

Agoestanto, A., Sukestiyarno, Y. L., Isnarto, Rochmad, & Lestari, M. D. (2019). The position and causes of students errors in algebraic thinking based on cognitive style. *International Journal of Instruction*, *12*(1), 1431–1444. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12191a

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

Cetin, H., Erdogan, S. M., & Yazici, N. (2021). Predictive Power of 8th Grade Students' Translating Among Multiple Representations Skills on their Algebraic Reasoning. *International Journal of Progressive Education*, *17*(5), 119–133. https://doi.org/10.29329/ijpe.2021.375.9

Coskun, S. D. (2021). Pre-service Elementary Teachers' Reasoning Types of Generalization and Justification on a Figural Pattern Task. *Participatory Educational Research (PER)*, *8*(3), 422–440. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.17275/per.21.74.8.3

Daud, Y., & Ayub, A. S. (2019). Student Error Analysis in Learning Algebraic Expression : A Study in Secondary School Putrajaya. *Creative Education*, *10*(12), 2615–2630. https://doi.org/10.4236/ce.2019.1012189

Dindyal, J. (2009). Mathematical Problems for the Secondary Classroom. In B. Kaur, Y. B. Har, & M. Kapur (Eds.), *Mathematical Problem Solving, Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators* (pp. 208–225). World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. https://doi.org/DOI: 10.1142/9789814277228_0011

Edo, S., Ilma, R., & Hartono, Y. (2013). Investigating Secondary School Students' Difficulties in Modeling Problems PISA-Model Level 5 And 6. *Journal on Mathematics Education*, *4*(1), 41–58. https://doi.org/10.1016/S0325-7541(13)70021-X

Fitriani, H. N., Turmudi, T., & Prabawanto, S. (2018). Analysis Of Students Error in Mathematical Problem Solving Based on Newman ' S Error Analysis. *International Conference on Mathematics and Science Education*, *3*, 791–796.

Glassmeyer, D., & Edwards, B. (2016). How Middle Grade Teachers Think about Algebraic Reasoning. *Mathematics Teacher Education and Development*, *18*, 92–106.

Hackenberg, A. J. (2013). The Journal of Mathematical Behavior The fractional knowledge and algebraic reasoning of students with the first multiplicative concept. *Journal of Mathematical Behavior*, *32*(3), 538–563. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.06.007

Hidayah, I. nurul, Sa'dijah, C., Subanji, & Sudirman. (2020). Characteristics of Students' Abductive Reasoning in Solving Algebra Problems. *Journal on Mathematics Education*, *11*(3), 347–362. https://doi.org/http://doi.org/10.22342/jme.11.3.11869.347-362

Jupri, A., Drijvers, P., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(4), 683–710. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0097-0

Permendikbud No 37 Tahun 2018, Pub. L. No. 37, 1 (2018). https://jdih.kemdikbud.go.id/sjdih/siperpu/dokumen/salinan/Permendikbud Nomor 37 Tahun 2018.pdf

Lee, Y., Capraro, M. M., Capraro, R. M., & Bicer, A. (2018). A Meta-Analysis : Improvement of Students ' Algebraic Reasoning through Metacognitive Training. *International Education Studies*,

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5006

11(10), 42–49. https://doi.org/10.5539/ies.v11n10p42

Lepak, J. R., Wernet, J. L. W., & Ayieko, R. A. (2018). Capturing and characterizing students ' strategic algebraic reasoning through cognitively demanding tasks with focus on representations. *Journal of Mathematical Behavior*, *January*, 0–1. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.003

Ndemo, Z., & Ndemo, O. (2018). Secondary school students' errors and misconceptions in learning algebra. *Journal of Education and Learning (EduLearn)*, *12*(4), 690. https://doi.org/10.11591/edulearn.v12i4.9556

OECD. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework*. OECD. https://doi.org/10.1787/9789264281820-en

Powell, S. R., Berry, K. A., & Barnes, M. A. (2020). The role of pre-algebraic reasoning within a word-problem intervention for third-grade students with mathematics difficulty. *ZDM*, *52*(1), 151–163. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s11858-019-01093-1

Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., & Gardiner, A. M. (2017). A Learning Progression for Elementary Students ' Functional Thinking A Learning Progression for Elementary Students ' Functional. *Mathematical Thinking and Learning*, *19*(3), 143–166. https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636

Tong, D. H., & Loc, N. P. (2017). Students' errors in solving mathematical word problems and their ability in identifying errors in wrong solutions. *European Journal of Education Studies*, *3*(6), 226–241. https://doi.org/10.5281/zenodo.581482

Uygun, T., & Guner, P. (2019). Representation of Algebraic Reasoning in Sets through Argumentation. *International Journal of Contemporary Educational Research*, *6*(2), 215–229. https://doi.org/https://doi.org/10.33200/ijcer.557781

Vale, P., Murray, S., & Brown, B. (2013). Mathematical literacy examination items and student errors: An analysis of English Second Language students' responses. *Per Linguam*, *28*(2), 65–83. https://doi.org/10.5785/28-2-531

Wijaya, A., Heuvel-panhuizen, M. Van Den, Doorman, M., & Robitzch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks : An analysis of students ' errors. *The Mathematics Enthusiast*, *11*(3), 555–584. https://doi.org/10.1139/t02-118

Wilkie, K. J., & Clarke, D. M. (2016). Developing students ' functional thinking in algebra through different visualisations of a growing pattern ' s structure. *Mathematics Education Research Journal*, *28*(2), 223–243. https://doi.org/10.1007/s13394-015-0146-y