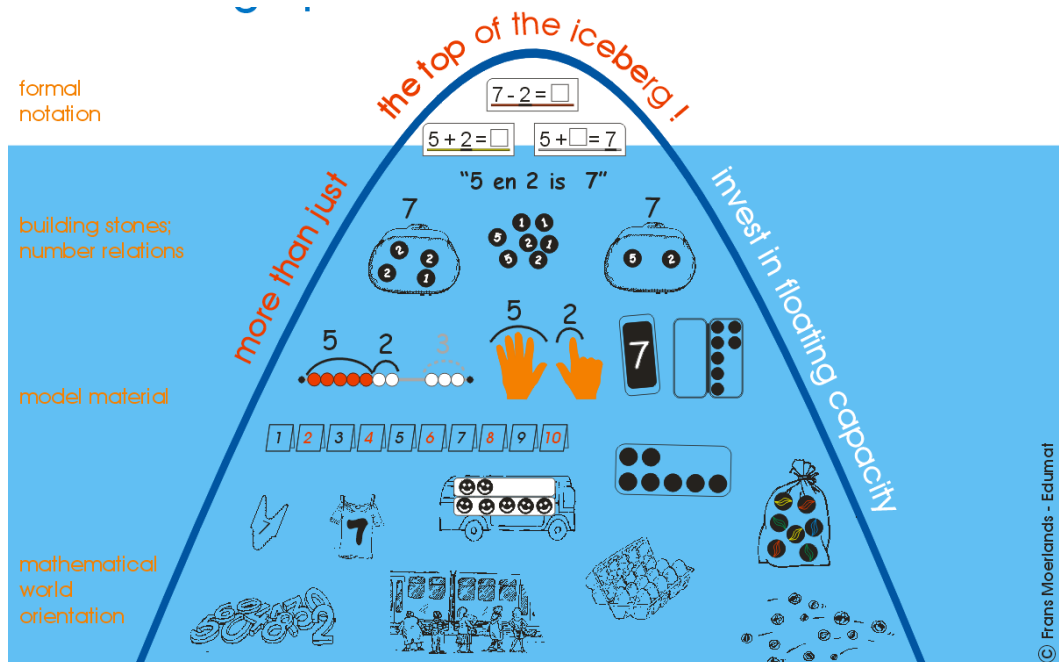


RANCANGAN PROGRAM PERKULIAHAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK (PMR)

EDISI REVISI 2019



Disusun Oleh:

Susilahudin Putrawangsa, S.Pd., M.Sc.

PRODI TADRIS MATEMATIKA FTK UIN MATARAM
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN UIN MATARAM
TAHUN 2019

—————

**Rancangan program perkuliahan ini dilengkapi dengan modul perkuliahan
guna menudukung kegaitan belajar pada Mata Kuliah Pendidikan
Matematika Realistik (PMR) di Prodi Tadris Matematika UIN Mataram
Semester Genap Tahun Pelajaran 2018/2019**

**Jika ada kekeliruan dalam konten modul ini, maka akan dilakukan
perbaikan sebagaimana mestinya**

**Buku ini, sesuai pasal 12 ayat (1) huruf a UU No. 19 Tahun 2002 tentang Hak
Cipta (“UUHC”), merupakan ciptaan yang dilindungi hak cipta. Hak untuk
mengumumkan dan memperbanyak buku dimiliki oleh penulis buku atau
pihak lain yang diberikan izin untuk melakukan hal tersebut. Oleh karena
itu dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara
apapun tanpa ijin tertulis dari penulis.**

—————

KATA PENGANTAR

Mata Kuliah Pendidikan Matematika Realistik (PMR) adalah mata kuliah baru di Program Studi Tadris Matematika FTK UIN Mataram yang merupakan hasil peninjauan kurikulum yang dilakukan di awal tahun 2017.

Sebagai mata kuliah baru, tidak banyak yang memahami dasar pemikiran dan tujuan pemrograman mata kuliah ini. Selain itu, standar kompetensi, standar isi, dan standar proses dari mata kuliah ini juga belum memiliki rumusan yang jelas.

Dengan alasan di atas, pengembangan program perkuliahan Pendidikan Matematika Realistik perlu dilakukan, sebagai pedoman bagi dosen pengampu dalam melaksanakan kegiatan perkuliahan ini dengan memperhatikan dasar pemikiran dan tujuan dari kegiatan perkuliahan ini.

Pengembangan program perkuliahan ini dilakukan berdasarkan studi literatur dan memperhatikan *ideal practice* dari sejumlah perguruan tinggi lainnya yang telah lebih dahulu memprogramkan perkuliahan sejenis.

Berdasarkan studi tersebut, pedoman perkuliahan ini disusun yang menjelaskan standar isi dan standar proses pelaksanaan perkuliahan Pendidikan Matematika Realistik.

Demikian, semoga pedoman perkuliahan ini dapat memberikan manfaat bagi dosen pengampu mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik.

Penyusun,

Susilahudin Putrawangsa, S.Pd., M.Sc.

DAFTAR ISI

A. PENDAHULUAN	5
B. PROFIL LULUSAN PROGRAM STUDI	6
C. PROFIL MATA KULIAH PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK	7
D. RENCANA PERKULIAHAN SEMESTER (RPS)	8
E. METODE PERKULIAHAN	11
F. PENGALAMAN BELAJAR MAHASISWA	11
G. SISTEM PENILAIAN PERKULIAHAN	12
H. TINJAUAN TEORITIS TENTANG MATA KULIAH PMR	12
I. PENUTUP	21
J. DAFTAR PUSTAKA	22
LAMPIRAN MODUL PERKULIAHAN	

A. PENDAHULUAN

Sebagai mata kuliah baru, petunjuk program perkuliahan Pendidikan Matematika Realistik (PMR) sangat perlu dirumuskan sebagai dasar dosen pengampu dalam melaksanakan perkuliahan tersebut agar ide yang mendasari pemrograman perkuliahan tersebut terwujud dalam praktik pelaksanaannya. Adapun yang menjadi dasar pemikiran penetapan program mata kuliah PMR di Prodi Tadris Matematika FTK UIN Mataram dijabarkan pada paragraf berikut ini.

Salah satu persoalan dunia pendidikan dewasa ini adalah bagaimana menghadirkan suatu kegiatan pembelajaran yang bermakna bagi peserta didik melalui keterlibatan aktif peserta didik dalam membangun pemahamannya sendiri dalam suasana pembelajaran yang kooperatif. Lebih khusus lagi dalam pendidikan matematika, tawaran kegiatan pembelajaran yang efektif dalam mengembangkan pengetahuan peserta didik dari satu konsep ke konsep lainnya yang lebih abstrak dan lebih formal adalah masalah yang esensi dan mendasar dalam pendidikan matematika sekarang ini.

Persoalan di atas menjadi salah satu tantangan besar bagi calon guru di zaman sekarang ini. Untuk menjadi guru yang profesional pada saat ini, pengetahuan tentang materi ajar tidaklah cukup. guru dituntut untuk dapat menghadirkan pembelajaran yang bermakna bagi siswa, pembelajaran yang memberikan ruang bagi siswa untuk dapat mengkonstruksi pengetahuannya secara mandiri, dan pembelajaran yang menimbulkan rasa ketertarikan dan rasa ingin tahu yang tinggi pada tentang materi yang sedang dipelajarinya.

Selain itu, paradigma pendidikan saat ini tidak hanya mempersiapkan siswa memiliki kompetensi kognisi (pengetahuan) yang baik, melainkan juga mempersiapkan siswa untuk memiliki sejumlah keterampilan life-skills, seperti keterampilan penyelesaian masalah, keterampilan komunikasi matematis, keterampilan bekerja dalam tim (kolaborasi dan sebagainya).

Selain itu, guru juga dituntut untuk dapat menghadirkan pembelajaran matematika yang berorientasi pada pengembangan kemampuan berpikir secara konvergen dan divergent. Kemampuan berpikir konvergen adalah kemampuan siswa untuk melihat sesuatu secara terfokus, detail, dan mendalam. Kemampuan berpikir inilah yang menjadi dasar siswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritis. Sedangkan kemampuan berpikir divergen sangat erat kaitannya dengan kemampuan berpikir kreatif, yaitu suatu kemampuan untuk melihat sesuatu secara menyeluruh.

Memperhatikan tantangan pembelajaran matematika tersebut, maka calon guru matematika perlu dipersiapkan dengan keterampilan pembelajaran matematika yang berorientasi pada menjawab tantangan tersebut.

Salah satu teori pembelajaran matematika yang relevan dengan tuntutan tersebut adalah teori pembelajaran matematika berparadigma Pendidikan Matematika Realistik (PMR). Sebagai suatu teori belajar, PMR memiliki landasan filosofis dan teoritis yang mendukung kebenaran prinsip dan karakteristik pembelajaran yang diusungnya.

Dengan demikian, Prodi Tadris Matematika FTK UIN Mataram memandang perlu memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk mendalami lebih jauh mengenai PMR dalam bentuk program perkuliahan sebagai dasar bagi mereka untuk menghadapi tantangan dan perubahan paradigma pendidikan saat ini.

B. PROFIL LULUSAN PROGRAM STUDI

1. Profil Utama

Tenaga pendidik (guru) pendidikan matematika yang profesional yang mampu mengaplikasikan teori, prinsip, dan konsep didaktik-pedagogik matematika dan ilmu matematika untuk melaksanakan pembelajaran matematika pada jenjang pendidikan dasar dan menengah.

2. Profil Tambahan

- a. Peneliti pemula di bidang pendidikan matematika yaitu peneliti di bawah bimbingan dosen yang bertujuan untuk mengembangkan atau mengaplikasikan teori, konsep, atau prinsip didaktik-pedagogik matematika atau ilmu matematika untuk mengembangkan pembelajaran matematika.
- b. Edupreneur di bidang pendidikan matematika yaitu pengelola usaha di bidang pendidikan yang memiliki kecakapan dalam pengelolaan sumber daya dan resiko.

C. PROFIL MATA KULIAH PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK

Selain berdasarkan dasar pemikiran yang telah disampaikan pada bagian pendahuluan, pemrograman perkuliahan Pendidikan Matematika Realistik juga didasarkan pada pencapaian profil program studi di atas. Untuk itu, deskripsi mata kuliah, capaian pembelajaran mata kuliah, SKS dan jadwal pemrograman mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik dijabarkan sebagai berikut:

1. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik adalah mata kuliah yang bertujuan untuk membekali mahasiswa dengan keterampilan pembelajaran matematika yang berpusat pada siswa dengan memperhatikan prinsip dan karakteristik pembelajaran matematika menurut teori belajar Pendidikan Matematika Realistik.

2. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

Adapun capaian pembelajaran dari mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik dijabarkan sebagai berikut:

- a) Mampu merencanakan/mendesain pembelajaran matematika secara profesional dengan mengaplikasikan konsep dan prinsip didaktik-pedagogis dan keilmuan matematika dan memanfaatkan IPTEKS guna meningkatkan prestasi dan/atau menyelesaikan masalah pembelajaran matematika.

-
- b) Mampu melaksanakan pembelajaran matematika secara profesional dengan mengaplikasikan konsep dan prinsip didaktik-pedagogis dan keilmuan matematika dan memanfaatkan IPTEKS guna meningkatkan prestasi dan/atau menyelesaikan masalah pembelajaran matematika
 - c) Mampu merancang perangkat pembelajaran (materi, kegiatan, media, program dan/atau instrumen) matematika yang efektif dan inovatif yang mengacu teori pembelajaran matematika dengan memanfaatkan IPTEKS pada jenjang pendidikan dasar dan menengah
 - d) Mampu mengelola pendidikan dan pembelajaran.
 - e) Menguasai konsep dan prinsip didaktik-pedagogis untuk pembelajaran matematika pada satuan pendidikan dasar dan menengah.

3. Materi Pokok

Ada tiga materi pokok dalam mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik, yaitu:

1. Prinsip Pembelajaran Matematika Realistik
2. Karakteristik Pembelajaran Matematika Realistik
3. Desain Pembelajaran Matematika Realistik

4. SKS dan Waktu Pemrograman

Beban SKS mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik setara dengan 2 SKS dan diprogramkan pada Semester Genap pada tahun kedua (Semester 4).

D. RENCANA PERKULIAHAN SEMESTER (RPS)

Adapun Rencana Perkuliahan Semester mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik dilaksanakan dalam 16 kali pertemuan tatap muka dengan jbaran kemampuan akhir setiap pertemuan dan bahan kajian sebagai berikut (RPS terlampir):

Pertemuan	Kemampuan Akhir per Pertemuan	Bahan Kajian
1	Memahami tujuan pembelajaran matematika, menjawab pertanyaan “Mengapa siswa harus belajar matematika?”	<ol style="list-style-type: none"> 1. Keadaan dan tuntutan skill Abad 21 2. Traditional Mathematics vs Modern Mathematics 3. Orientasi pembelajaran matematika NCTM 2000 dan KTSP/K13
2	Memahami realita dan keadaan pembelajaran matematika di Indonesia sebagai dasar diperlukannya perubahan arah pembelajaran matematika	<p>Laporan Capaian Pembelajaran Matematika Siswa Indonesia:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Hasil PISA 2003 – 2015 2. Laporan Stacey (2010) tentang kemampuan literasi siswa Indonesia. <p>Laporan Praktika Pembelajaran Matematika Siswa Indonesia:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Fauzan (2000) 2. Putrawangsa (2013)
3 - 4	Mengetahui dan memahami keadaan dan praktik pembelajaran matematika di sekolah.	<p>Presentasi Hasil Observasi Sekolah, yang meliputi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Materi apa yang diajarkan? ▪ Bagaimana cara guru mengajarkan materi tersebut? ▪ Bagaimana sikap siswa selama proses pembelajaran? ▪ Apakah ada alat bantu pembelajaran yang digunakan?
5	Dapat memberikan laporan tertulis mengenai kegiatan observasi yang dilakukan.	UTS: Menulis laporan kegiatan observasi pembelajaran
6	Dapat mengidentifikasi rancangan pembelajaran berbasis PMR	Diskusi sejumlah contoh rancangan pembelajaran berbasis PMR

7 – 8	Memahami konsep dan prinsip dasar pendidikan matematika realistik sebagai alternatif solusi pendekatan pembelajaran matematika.	<p>Mathematics: Structure or Structuring?</p> <p>Pandangan Hans Freudenthal tentang pembelajaran matematika “Mathematics as human activity”</p> <p>Prinsip dasar pembelajaran matematika realistik:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Didactical Phenomenology ▪ Guided reinvention through progressive mathematization. ▪ Self-developed model
9 – 10	Memahami karakteristik pembelajaran matematika berdasarkan pendidikan matematika realistik.	<p>Karakteristik Pembelajaran Matematika Realistik:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Menggunakan konteks/phenomena sebagai titik awal pembelajaran. ▪ Penggunaan model untuk membantu proses abstraksi konsep matematika. ▪ Penggunaan atau pemanfaatan kontribusi siswa sebagai sumber belajar. ▪ Suasana pembelajaran yang interaktif dan kolaboratif. ▪ Memberikan ruang integrasi dengan konsep-konsep lainnya baik di dalam maupun di luar matematika.
11 - 12	Memahami prinsip perancangan pembelajaran berbasis pendidikan matematika realistik (PMR).	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tahapan Perancangan Pembelajaran: (1) penetapan tujuan, (2) penetapan prasyarat siswa, (3) hipotesis kegiatan pembelajaran. ▪ HLT sebagai framework pengembangan hipotesis kegiatan pembelajaran berbasis PMR.
13 - 15	Mampu merancang kegiatan pembelajaran berbasis pendidikan matematika realistik (PMR).	Presentasi produk rancangan 1

16	Dapat memberikan laporan tertulis mengenai kegiatan perancangan pembelajaran yang telah dilakukan.	UAS: Menulis laporan perancangan kegiatan pembelajaran.
-----------	----------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------

E. METODE PERKULIAHAN

Standar proses pembelajaran yang digunakan pada perkuliahan Pendidikan Matematika Realistik secara umum menerapkan metode pembelajaran yang sejalan dengan falsafah konstruktivis, yaitu pembelajaran yang:

1. Berbasis analisis masalah,
2. Berbasis inquiri,
3. Dilakukan dalam suasana diskusi dan kolaborasi ,
4. Memiliki interaktivitas yang tinggi antar mahasiswa dan mahasiswa-dosen.

F. PENGALAMAN BELAJAR MAHASISWA

Terdapat dua jenis pengalaman belajar (penugasan) dalam mata kuliah Filsafat Matematika, yaitu: Penugasan Terstruktur Mandiri dan Penugasan Terstruktur Kelompok dengan jabaran pengalaman belajar (tugas perkuliahan) sebagai berikut:

Penugasan	Deskripsi
1	<p>Lakukan observasi kegiatan pembelajaran matematika di sekolah dasar pada materi tentang bilangan (pengenalan bilangan dan operasi bilangan). Kemudian, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Materi apa yang diajarkan? ▪ Bagaimana cara guru mengajarkan materi tersebut? ▪ Bagaimana sikap siswa selama proses pembelajaran? ▪ Apakah ada alat bantu pembelajaran yang digunakan? <p>Nb. Dokumentasikan bukti-bukti observasi yang dijadikan dasar menjawab pertanyaan di atas (video atau photo). Hasil observasi disampaikan pada pertemuan selanjutnya.</p>

2	Menulis laporan observasi sesuai dengan format yang tersedia sebagai UTS.
3	Melakukan <i>critical review</i> tentang teori PMR dan hasil review ditulis dalam catatan <i>mind-map</i> dan disampaikan pada pertemuan selanjutnya.
	Tonton video 1 kemudian catat-catat hal-hal yang didapatkan dari video tersebut terkait dengan Pendidikan Matematika Realistik untuk disampaikan pada pertemuan berikutnya.
4	Melakukan <i>critical review</i> tentang teori HLT dan hasil review ditulis dalam catatan <i>mind-map</i> dan disampaikan pada pertemuan selanjutnya.
5	Mahasiswa dalam kelompok merancang sebuah kegiatan pembelajaran berbasis PMR. Masing-masing siswa mempersiapkan diri untuk mempresentasikan rancangannya pada pertemuan berikutnya.
6	Mahasiswa diberikan kesempatan untuk memperbaiki atau merancang ulang pembelajaran matematika berbasis PMR. Mahasiswa menulis laporan kegiatan perancangan kegiatan pembelajaran yang telah dilakukannya.

G. SISTEM PENILAIAN PERKULIAHAN

Nilai akhir dari perkuliahan Filsafat Matematika diambil dari empat komponen penilaian, yaitu kehadiran atau keaktifan, nilai penugasan, Nilai Ujian Tengah Semester, dan nilai Ujian Akhir Semester, dengan proporsi sebagai berikut;

1. Kehadiran dan Keaktifan (20%)
2. Penugasan (30%)
3. UTS (20%)
4. UAS (30%)

H. TINJAUAN TEORITIS TENTANG MATA KULIAH PMR

1. Dasar Filosofi

Pandangan tentang Pendidikan Matematika Realistik dewasa ini sebagian besar dipengaruhi oleh pandangan Freudenthal tentang matematika (Heuvel-Panhuizen, 1998). Menurut Freudenthal, pembelajaran matematika harus dihubungkan dengan dunia nyata, dekat

dengan siswa, dan berkaitan dengan kehidupan masyarakat, agar melekat menjadi sistem nilai yang diakui pada diri manusia.

Oleh karena itu, Freudenthal memandang bahwa pembelajaran matematika sebagai suatu aktifitas yang dilakukan oleh manusia. Pandangan matematika sebagai suatu aktifitas manusia merujuk pada proses pembelajaran matematika yang memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk melakukan kegiatan eksplorasi terhadap fenomena/kejadian yang dapat dibayangkan oleh peserta didik guna mengembangkan dan membangun pengetahuan mereka, bukan memandang pembelajaran matematika sebagai suatu ilmu yang pembelajarannya melalui pemindahan (transfer) pengetahuan. Ide pembelajaran matematika melalui eksplorasi terhadap fenomena/kejadian yang dapat dibayangkan oleh siswa ini kemudian dikenal dalam PMR dengan istilah *Dedactical Phenomenology*.

Lebih lanjut, dalam PMR pembelajaran matematika seharusnya memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mengalami proses penemuan kembali konsep-konsep matematika dengan cara melakukan kegiatan-kegiatan yang memungkinkan mereka untuk menemukan konsep-konsep tersebut melalui bimbingan orang yang lebih ahli, dalam hal ini adalah guru. Ide ini kemudian dikenal dengan istilah *Guided Reinvention* (proses penemuan terbimbing).

Selain dua ide di atas (*Dedactical Phenomenology* dan *Guided Reinvention*), pembelajaran matematika dalam PMR memberikan ruang kreasi yang luas kepada siswa untuk mengembangkan representasi atau model matematika terhadap masalah matematika yang dihadapi nantinya digunakan model untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika yang mereka yakini. Ide ini dalam PMR dikenal dengan istilah *Self-Developed Model* (pengembangan model matematika secara mandiri). Melalui kegiatan pemodelan ini, maka dalam PMR dikenal dua jenis proses pemodelan (matematisasi), yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal.

2. Matematisasi Horizontal dan Vertikal

Pembelajaran matematika bukanlah suatu kegiatan transfer pengetahuan yang sifatnya tertutup (dikotomi yaitu tidak memberikan ruang kepada ilmu diluar domain yang sedang dibicarakan), akan tetapi suatu aktifitas penemuan kembali konsep-konsep matematika melalui aktifitas-aktifitas yang sifatnya terbuka (holistik) melalui kegiatan pemodelan matematika guna meningkatkan kemampuan matematika siswa ke tahap yang lebih abstrak dan formal. Ide ini dalam PMR dikenal dengan istilah *progressive mathematization* (Freudenthal, 1968). Ide *progressive mathematization* ini kemudian oleh Treffers (1978, 1987) dirumuskan dalam dua tahapan proses, yaitu *horizontal* dan *vertical mathematization*.

Kedua terminology ini secara umum dapat dipahami sebagai berikut:

a. *Horizontal Mathematization*

Dalam tahapan *horizontal mathematization*, peserta didik merumuskan model matematika dari masalah yang dikaji dengan menggunakan perangkat-prangkat matematika yang diketahuinya guna membantu mereka dalam mengorganisir informasi yang ada dalam masalah tersebut. Sederhananya, *Horizontal mathematization* merujuk pada kegiatan pemodelan masalah secara matematis dari masalah matematika yang diberikan.

b. *Vertical Mathematization*

Tahapan selanjutnya setelah *horizontal mathematization* adalah *vertical mathematization*. *Vertical mathematization* adalah proses analisis atau pengorganisasian kembali model-model matematis yang didapatkan pada tahapan *horizontal mathematization* di atas guna menyelesaikan masalah matematika yang diberikan dan juga guna mencapai pada pemahaman matematika yang lebih abstrak dan formal. Hal-hal yang termasuk dalam tahapan ini adalah penemuan hubungan, konsep, keterkaitan antar konsep, dan sebagainya berdasarkan analisis model matematika yang telah ditemukan

sebelumnya menggunakan sejumlah perangkat matematika yang telah diketahui.

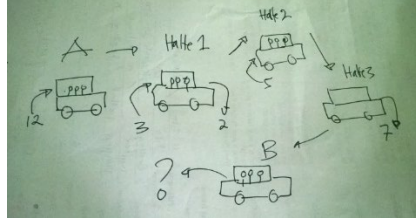
Untuk lebih jelasnya, matematisasi horizontal melibatkan kegiatan perpindahan dari dunia penomena/kejadian ke dunia simbol yang merepresentasikan kejadian tersebut, sedangkan matematisasi vertikal dimaknai sebagai proses pengotak-atikan dunia simbol tersebut guna menemukan pola, aturan, hubungan, dan sebagainya guna menyelesaikan masalah yang ada dan juga sebagai wahana untuk mencapai pemahaman matematika yang lebih abstrak dan formal.

Untuk mengilustrasikan ide matematisasi ini, perhatikan contoh masalah matematika berikut ini yang tujuannya untuk mengembangkan pemahaman siswa sekolah dasar mengenai penjumlahan dan pengurangan. *“Sebuah Bis berangkat dari Stasiun A dan berakhir di Stasiun B. Dari stasiun A, Bis tersebut mengangkut 12 penumpang. Dalam perjalanannya, Bis tersebut berhenti sebanyak 3 kali. Pada Halte pertama ada 2 orang turun dan 3 orang naik ke kendaraan. Halte selanjutnya tidak ada yang turun akan tetapi ada penambahan 5 orang penumpang. Pada Halte ketiga, ada 7 orang penumpang yang turun. Lalu, berapakah jumlah penumpang yang sampai di Stasiun B?*

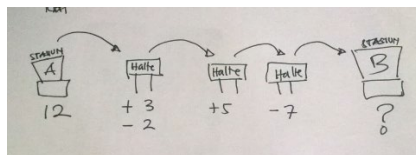
Dalam menyelesaikan masalah tersebut, siswa awalnya akan mencoba merepresentasikan masalah tersebut ke bentuk yang lebih mudah dipahami. Misalnya mengilustrasikan masalah tersebut dalam gambar seperti terlihat pada gambar 5.1, atau yang lebih abstrak lagi seperti pada gambar 5.2. Proses pemodelan masalah seperti ini disebut sebagai proses matematisasi horizontal karena siswa tersebut sedang berusaha memodelkan masalah yang dikaji dengan menggunakan perangkat-prangkat matematika yang diketahuinya guna membantu mereka dalam mengorganisir informasi yang ada dalam masalah tersebut.

Dari model yang didapatkan dari proses matematisasi horizontal tersebut, siswa kemudian mengembangkan solusi untuk masalah tersebut ke bentuk yang lebih formal atau lebih abstrak seperti yang terlihat pada

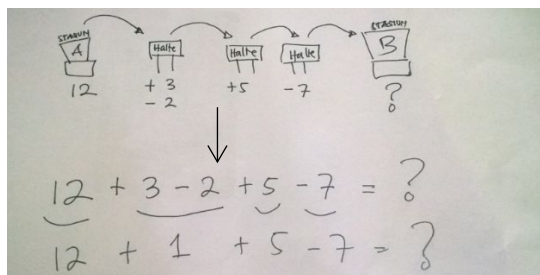
gambar 5.3. Dalam hal, siswa tersebut dikatakan sedang berada pada proses matematisasi vertikal.



Gambar 5.1. Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi horizontal



Gambar 5.2. Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi horizontal



Gambar 5.3. Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi vertikal

Berdasarkan inspirasi dan pemahaman yang didapatkan siswa dari kedua proses matematisasi tersebut, siswa diharapkan dapat menerapkan konsep matematis yang ada di dalamnya ke dalam situasi lainnya yang memiliki karakteristik permasalahan yang sama, yaitu penjumlahan dan pengurangan objek. Seperti dapat menyelesaikan $8 + 6$, $7 - 5$, $5 - 2 + 6$, dan sebagainya. Ketika siswa mampu melakukan hal ini, maka siswa tersebut dikatakan telah sampai pada pemahaman matematika formal.

Proses matematisasi Horizontal dan Vertikal sangat erat kaitannya dengan proses pemodelan matematis dari masalah realistik yang diberikan.

Proses pemodelan ini dalam PMR dikenal dengan istilah ‘mode dari’ (*model of*) dan ‘model untuk’ (*model for*).

3. Pemodelan Matematika

Ketika menyelesaikan masalah matematika yang diberikan, siswa tidak hanya mengembangkan pemahaman mereka, akan tetapi juga secara bersamaan mengembangkan kemampuan mereka dalam mengembangkan model dan prangkat matematis.

Proses pengembangan yang dialami siswa dalam hal ini secara umum melalui tahap-tahap berikut ini:

a. Model dari masalah yang diberikan (*Model of*)

Ketika menyelesaikan masalah matematika, siswa mula-mula mengembangkan suatu strategi dan model penyelesaian masalah yang sangat terkait dengan konteks masalah yang diberikan, yaitu model solusi dari masalah tersebut.

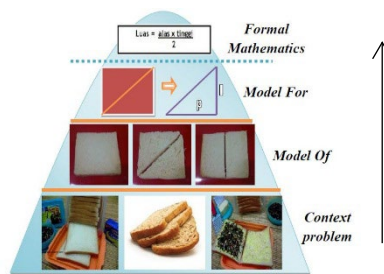
Dari kasus Bis di atas, maka gambar 5.1 dan 5.2 dapat dikategorikan sebagai proses pemodelan pada level model dari masalah yang diberikan (*Model of*).

b. Model untuk masalah yang memiliki karakteristik yang sama (*Model for*)

Pada perkembangan selanjutnya, siswa mulai mengenal karakteristik yang bersifat umum dari masalah tersebut yang memungkinkan mereka untuk menyelesaikan masalah lainnya yang memiliki karakteristik yang sama dengan masalah tersebut. Akhirnya, model penyelesaian dari masalah-masalah yang memiliki karakter yang sama ini membantu siswa untuk mengembangkan model umum penyelesaian masalah yang memungkinkan siswa untuk sampai pada bentuk matematika yang lebih formal. Model penyelesaian dari masalah ini kemudian disebut sebagai model untuk masalah dengan karakteristik tertentu.

Dari kasus Bis di atas, maka gambar 5.3 dan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah yang serupa mengilustrasikan proses pemodelan pada level *Model for*.

Ide mengenai proses *model of* dan *mode for* untuk mencapai pemahaman pada tingkat formal diilustrasikan Model Ice Berg pada gambar di bawah ini:



Gambar 54. Ice Berg: Masalah -> Model of -> Model for -> matematika formal

4. Realistik ≠ Kontekstual

Kata ‘realistik’ pada Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) sering kali disalahmaknai oleh orang yang baru mengenal PMR. Mereka menganggap bahwa PMR adalah pembelajaran matematika mengenai dunia nyata dan oleh karena itu harus dimulai dari dunia nyata. Padahal tidak selalu demikian. Alasan penggunaan kata ‘realistik’ pada PMR tidak hanya dimaksudkan untuk menghubungkan dengan dunia nyata, akan tetapi dimaknai sebagai penekanan pada proses pembelajaran yang menghadirkan masalah matematika yang ‘dapat dibayangkan oleh siswa’. Hal ini dikarenakan kata ‘realistik’ dalam bahasa Belanda (bahasa yang merupakan asal dari kata realistik pada PMR) di artikan sebagai “*to imagine*” yaitu usaha untuk membayangkan sesuatu di secara nyata di alam fikiran. Ini artinya bahwa masalah pembelajaran yang diberikan kepada siswa tidak harus berasal dari konteks nyata, akan tetapi dapat juga dari masalah yang sifatnya fantasi, fiktif, dibuat-buat, bahkan bentuk matematika formal dan abstrak dapat menjadi masalah matematika yang cocok asalkan saja dapat dibayangkan oleh siswa, yaitu realistik bagi siswa.

5. Realistik vs Mekanistik

Penggunaan masalah-masalah dalam konteks sangat besar peranannya dalam PMR, karena hal tersebut membantu siswa dalam membayangkan masalah matematika yang dihadapinya. Hal ini sangat jauh berbeda dengan Pendekatan Matematika Mekanistik (PMM) dalam pembelajaran matematika yang sebagian besar isinya adalah masalah matematika yang hampa dan kurang bermakna bagi siswa.

Jika masalah kontekstual digunakan dalam PMM, maka masalah kontekstual tersebut dijadikan sebagai media untuk menyimpulkan suatu proses pembelajaran dimana masalah kontekstual dijadikan sebagai media untuk mengaplikasi pengetahuan yang sudah didapatkan sebelumnya, yaitu melalui aktifitas pembelajaran yang non kontekstual. Dalam PMR, hal ini jauh berbeda. Masalah kontekstual difungsikan sebagai salah satu sumber dalam proses pembelajaran. Dalam bahasa lainnya, masalah kontekstual dalam RME digunakan baik untuk mengangkat (menghadirkan) ataupun mengaplikasikan konsep matematika yang dipelajari siswa.

Perbedaan lainnya antara PMR dan PMM juga terletak pada proses dan penyajian topik pembelajaran. PMM dalam pelaksanaannya menerapkan proses pembelajaran yang sifatnya mekanistik, yaitu terfokus pada suatu prosedur pengajaran dimana topik-topik pembelajaran dibagi-bagi dalam bagian-bagian kecil yang tak bermakna; dan siswa diajarkan suatu prosedur baku penyelesaian masalah melalui latihan-latihan yang pada umumnya dilakukan secara individu.

PMR, di sisi lain, mengedepankan proses pembelajaran yang lebih kompleks guna membangun pemahaman konsep yang lebih bermakna. Daripada menjadi penerima matematika yang sudah jadi (*ready-made mathematics*), siswa pada PMR dipandang sebagai pembelajar yang aktif dalam proses pembelajaran, dimana mereka mengembangkan prangkat, model, dan pemahaman mereka tentang matematika. Dalam hal ini, PMR

memiliki kesamaan dengan pendekatan pembelajaran matematika berbasis Socio-Constructivist.

Persamaan lainnya antara PMR dan Socio-Constructivist dalam pembelajaran matematika adalah pentingnya proses pembelajaran yang memberikan ruang kepada siswa untuk berbagi pengalaman belajar kepada siswa lainnya (pembelajaran kooperatif/kerjasama).

6. Karakteristik PMR

Berdasarkan penjelasan di atas, suatu proses pembelajaran dikatakan menerapkan PMR jika dalam proses pembelajaran tersebut menghadirkan 5 karakteristik dari PMR (Treffers, 1987), yaitu:

- a. **Penggunaan konteks**, yaitu eksplorasi masalah matematika dalam suatu konteks yang dapat dibayangkan oleh siswa sebagai titik awal pembelajaran.
- b. **Penggunaan Model**, yaitu pengembangan model dan perangkat matematika yang dilakukan oleh siswa atas masalah matematika yang diberikan (*model of* dan *model for*).
- c. **Pemanfaatan hasil kerja dan konstruksi siswa**, yaitu penggunaan model solusi dan kontribusi siswa sebagai dasar pengembangan pengetahuan matematika siswa ke yang lebih tinggi atau lebih formal (*progressive mathematization*).
- d. **Proses pembelajaran berbasis interaktifitas**, yaitu proses pembelajaran yang membuka ruang diskusi dan interaksi antara siswa dan siswa; dan siswa dan guru (kooperatif).
- e. **Pengkaitan dengan berbagai pengetahuan lainnya**, yaitu proses pembelajaran yang bersifat terbuka dan holistik dimana pengetahuan-pengetahuan baik dalam ataupun luar matematika dapat berkontribusi dalam proses pembelajaran.

Untuk lebih memahami rancangan pembelajaran berbasis PMR, pembaca dapat melihat contoh rancangan pembelajaran berbasis PMR pada bagian lampiran buku ini.

I. PENUTUP

Demikian jabaran program perkuliahan pada mata kuliah Pendidikan Matematika Realistik. Semoga dengan keberadaan buku ini dapat menjadi pedoman bagi dosen pengampu dalam pelaksanaan perkuliahan sehingga dasar pemikiran yang melandasi pemrograman perkuliahan ini dapat dicapai.

Penyusun,

Susilahudin Putrawangsa, S.Pd., M.Sc.

DAFTAR PUSTAKA

- Fauzan, A. (2002). Applying realistic mathematics education (RME) for teaching geometry in Indonesian primary schools. *Doctoral Dissertation*. Enschede: University of Twente. Available from: <http://purl.org/utwente/58707>
- Fauzan, A., Plomp, T., & Gravemeijer, K. (2013). The development of an rme-based geometry course for Indonesian primary schools. Dalam T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research – Part B: Illustrative cases* (Hal. 159-178). Enschede, the Netherlands: SLO.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). *Design Research* from a learning design perspective. Dalam J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.). *Educational Design Research* (Hal. 17-51). London: Routledge.
- Hadi, Sutarto (2017) Pendidikan Matematika Realistik: Teori, Pengembangan dan Implementasinya. Jakarta: Rajawali Pers
- Hakim, L. (2009). *Perencanaan Pembelajaran*, Jogjakarta: Wacana Prima
- Heuvel-Panhuizen, M. (1998) *Realistic Mathematics Education: work in progress*, <http://www.fi.uu.nl/en/rme/>
- McKenny & Reeves (2012) *Conducting Educational Design Research*, Netherlands: Roudledge.
- National Council of Teacher of Mathematics (2000) Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM
- Plomp & Nieveen (2007) *An Introduction to Educational Design Research*. Netherlands: SLO
- Putrawangsa, S. (2013). *Educational Design Research: Developing Students' Understanding of the Multiplication Strategy in Area Measurement*. *Master Thesis*. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya. Dapat diakses di

[www.fisme.science.uu.nl/en/impome/
theses_group_2012/thesis_Sis.pdf&lc=en-](http://www.fisme.science.uu.nl/en/impome/theses_group_2012/thesis_Sis.pdf&lc=en-)

Simon, M.A., & Tzur, R. (2004) Expliciting the role of mathematical task in conceptual learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory, *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2) 91-104

Slavin, R.E. (2006) *Educational Phycology: Theory and Practice (Eight Edition)*, USA: Pearson.

Sumardyono (2004) Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika Depdiknas RI

LAMPIRAN

MODUL PERKULIAHAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK

Edisi 2019

Disusun oleh:
Susilahudin Putrawangsa



**PROGRAM STUDI TADRIS MATEMATIKA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN UIN MATARAM
TAHUN 2019**

MODUL PERKULIAHAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK

Edisi 2019

**Disusun oleh:
Susilahudin Putrawangsa**

KATA PENGANTAR

Salah satu kompetensi yang paling utama dari seorang guru matematika profesional adalah keahlian dalam mendisain (merancang) pembelajaran yang valid, efektif, praktis dan inovatif serta sesuai dengan tuntutan atau kebijakan yang berlaku.

Perubahan kurikulum, seperti yang tertuang dalam KTSP dan K13, menghendaki guru matematika untuk memiliki kemampuan merancang dan melaksanakan pembelajaran yang berpusat pada siswa dan berparadigma konstruktivis. Salah satu model pembelajaran yang relevan dengan tuntutan tersebut adalah model pembelajaran matematika berparadigma Pendidikan Matematika Realistik (PMR).

PMR menghendaki pembelajaran matematika yang bermakna, yaitu proses pembelajaran yang menekankan adanya kebermaknaan bagi siswa tentang konsep dan prinsip matematika yang sedang dipikirkan, dibicarakan, dilakukan, dan disimbolkan pada suatu proses pembelajaran matematika. PMR menghendaki proses pembelajaran matematika yang memberikan ruang yang seluas-luasnya bagi siswa untuk membangun dan mengembangkan pengetahuan dan pemahamannya tentang konsep matematika melalui mekanisme terbimbing. Dalam hal ini, siswa merasakan dan mengalami proses penguasaan matematika seperti yang dialami oleh para ilmuwan matematika pada umumnya. Lebih lanjut, PMR lebih lanjut menghendaki pembelajaran matematika sebagai proses pengembangan intelegensi siswa melalui kegiatan strukturisasi konsep dan ide matematika.

Merancang pembelajaran matematika berparadigma PMR adalah mudah untuk dilakukan sepanjang guru memahami dengan baik dan benar serta komprehensif tentang prinsip dan karakteristik PMR. Oleh karena itu, modul perkuliahan ini disusun untuk membantu mahasiswa calon guru matematika dalam merancang pembelajaran matematika berparadigma PMR. Semoga dengan hadirnya buku ini, memberikan gambaran yang lebih komprehensif bagi siswa tentang prinsip dan karakteristik PMR dan bagaimana merancang pembelajaran matematika berparadigma PMR.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR

DAFTAR ISI

BAB I	ORIENTASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA	5
BAB II	IMPLIKASI TEORI PERKEMBANGAN TERHADAP PEMBELAJARAN MATEMATIKA	13
BAB III	PEMBELAJARAN/PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK	19
BAB IV	PERANCANGAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK	27
BAB V	EVLUASI KUALITAS DESAIN PEMBELAJARAN	32

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

BAB I

ORIENTASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Pemahaman mengenai orientasi atau tujuan pembelajaran sangat esensi peranannya dalam perancangan suatu perangkat pembelajaran yang ideal. Tujuan pembelajaran tersebut dapat dipandang sebagai harapan kompetensi-kompetensi yang dikuasai oleh peserta didik setelah melalui suatu proses pembelajaran.

Dalam perancangan pembelajaran, strategi yang dapat diterapkan dalam memetakan dan merumuskan tujuan pembelajaran meliputi tiga tahapan berikut ini:

1. Penentuan kompetensi utama

Pada tahap ini, perancang menentukan kompetensi utama yang ingin dicapai dari suatu proses pembelajaran. Kompetensi ini merupakan gambaran kemampuan utuh yang harus dimiliki peserta didik untuk dapat dikatakan menguasai suatu pengetahuan, keterampilan, atau sikap. Contoh deskripsi kompetensi ini misalnya “peserta didik dapat memahami mengenai pengukuran luas suatu permukaan bidang”. Kompetensi utuh yang ingin dicapai dalam deskripsi kompetensi tersebut adalah pemahaman mengenai pengukuran luas.

2. Penjabaran kompetensi penyusun

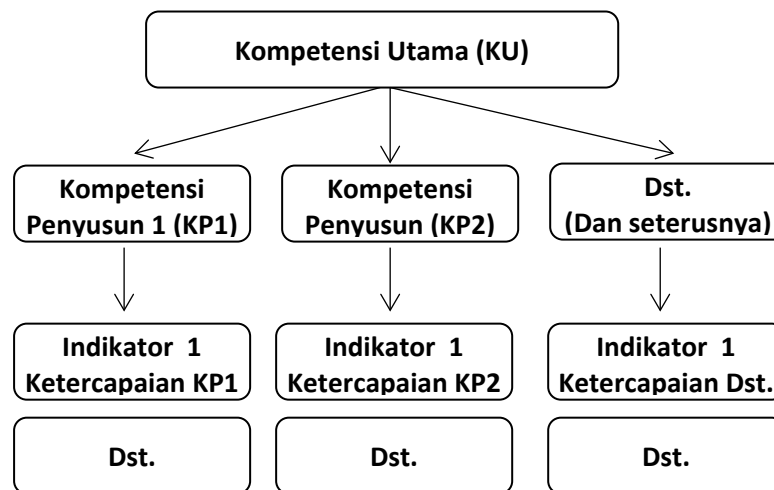
Pada tahap ini, perancang menjabarkan kompetensi-kompetensi yang menyusun kompetensi utama. Ketercapaian kompetensi-kompetensi penyusun dapat dijadikan sebagai indikasi ketercapaian kompetensi utama. Misalnya, kompetensi-kompetensi penyusun dari kompetensi utama “peserta didik dapat memahami mengenai pengukuran luas suatu permukaan bidang” yaitu 1) peserta didik memahami pengertian luas, 2) peserta didik memahami satuan pengukuran luas, dan 3) peserta didik dapat mengukur luas suatu permukaan bidang dengan satuan pengukuran luas.

3. Penjabaran indikator ketercapaian

Pada tahap ini, perancang menjabarkan tanda-tanda dalam suatu indikator yang menunjukkan bahwa peserta didik telah dapat dikatakan telah mencapai kompetensi-kompetensi penyusun. Eksistensinya indikator tersebut dapat

dijadikan sebagai dasar dalam pengukuran ketercapaian kompetensi penyusun. Misalnya, kompetensi penyusun “peserta didik memahami pengertian luas” dapat dijabarkan dalam sejumlah indikator ketercapaian, yaitu diantaranya 1) peserta didik tidak menganggap panjang, lebar, atau keliling suatu bidang datar sebagai luas bidang tersebut, 2) peserta didik dapat membandingkan luas dua permukaan bidang, 3) peserta didik memandang luas bidang datar sebagai ukuran besarnya permukaan bidang datar tersebut, dan indikator ketercapaian lainnya.

Proses pemetaan dan perumusan tujuan pembelajaran di atas dapat digambarkan pada bagan berikut ini.



Gambar 1: Model Tiga-Langkah dalam pemetaan dan perumusan tujuan pembelajaran

Bagi seorang perancang pembelajaran (*Instructional Designer*), pemetaan dan perumusan tujuan pembelajaran di atas akan sangat membantu dan menginspirasi dalam sejumlah hal, yaitu diantaranya:

1. Menentukan kegiatan dan langkah-langkah pembelajaran;
2. Menentukan materi pembelajaran;
3. Menentukan media pembelajaran;
4. Menentukan strategi dan metode pembelajaran;
5. Menentukan teknik dan alat evaluasi ketercapain pembelajaran; dan
6. Menentukan sasaran peserta didik yang sesuai;

7. Pemetaan alokasi waktu yang dibutuhkan dalam pelaksanaan pembelajaran.

Orientasi atau tujuan pembelajaran tidak hanya mengangkut pengetahuan saja, akan tetapi menyangkut aspek-aspek kemanusiaan yang mendasar lainnya, seperti keterampilan dan sikap/prilaku. Paragraf berikut ini akan mengulas sejumlah orientasi pembelajaran baik secara umum maupun khususnya pada pembelajaran matematika.

1. Orientasi pembelajaran menurut Bloom

Menurut Bloom (Bloom, 1956; Anderson et al., 2000), kompetensi-kompetensi yang menjadi tujuan pembelajaran dikategorikan ke dalam tiga ranah, yaitu ranah pengembangan pengetahuan atau kecerdasan (kognitif), ranah pengembangan keterampilan (psikomotor), dan ranah pengembangan sikap dan prilaku (afektif).

Orientasi pembelajaran menurut Bloom ini dijadikan rujukan utama baik oleh negara berkembang ataupun negara maju dalam merancang kurikulum dan perangkat pembelajaran. Bahkan di Indonesia, ketiga ranah tersebut menjadi acuan dalam mengembangkan tujuan pendidikan nasional.

- a. Ranah pengembangan pengetahuan atau kecerdasan (kognitif),
Ranah ini berhubungan dengan kemampuan berfikir, mengetahui, memahami, dalam pemecahan masalah. Ranah kemampuan ini memiliki enam tingkatan dari yang paling sederhana hingga kompleks, yaitu kemampuan mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta.
- b. Ranah pengembangan keterampilan (psikomotor),
Ranah ini mencakup pengembangan keterampilan (skill) baik yang bersifat mental ataupun motoric. Ranah kemampuan ini memiliki tujuh tingkatan dari yang paling rendah ke tinggi, yaitu kemampuan persepsi, kesiapan mental, fisik dan emosi untuk mengambil tindakan, kemampuan mekanisme, kemampuan respon terbimbing (meniru), kemahiran, kemampuan adaptasi, dan kemampuan orinasi (mencipta dengan penyesuaian).
- c. Ranah pengembangan sikap dan prilaku (afektif)
Ranah ini terkait dengan pengembangan kemampuan yang berkaitan dengan sikap, nilai-nilai, kesenangan/ketertarikan (*interest*), apresiasi (penghargaan), dan penyesuaian perasaan sosial. Ranah ini memiliki lima tingkatan mulai dari

yang paling sederhana hingga ke yang kompleks, yaitu *receiving* (kemauan untuk menerima), *responding* (kemauan untuk menanggapi), *valuing* (berkeyakinan), *organization* (penerimaan perbedaan nilai berdasarkan sistem nilai yang lebih tinggi), *characterization* (pengkarakteran oleh sistem nilai).

2. Orientasi pembelajaran menurut UNESCO

Berdasarkan hasil kajian dari Organisasi kebudayaan, penelitian, dan pendidikan Negara Persatuan Bangsa-Bangsa atau yang sering kita kenal dengan UNESCO (United Nations Education Scientific and Cultural Organization) merumuskan empat pilar orientasi pendidikan yang harus ada dalam proses pendidikan guna menciptakan generasi yang unggul dan dapat menghadapi kompleksitas permasalahan di zaman sekarang ini (UNESCO, 2004). Empat pilar orientasi pendidikan tersebut adalah:

- a. Pembelajaran dengan orientasi pengetahuan (Learning to know)
Orientasi pembelajaran ini adalah mempersiapkan peserta didik dengan bekal pengetahuan (kognitif) agar dapat menghadapi permasalahan dunia dengan segala kompleksitasnya. Selain itu, pembelajaran dengan orientasi ini bertujuan untuk menyediakan dasar yang benar dan cukup untuk pengembangan pengetahuan peserta didik pada pengembangan pengetahuan selanjutnya yang lebih kompleks dan abstrak.
- b. Pembelajaran dengan orientasi keahlian bertindak (Learning to do)
Orientasi pembelajaran ini bertujuan untuk mempersiapkan peserta didik dengan berbagai keahlian atau skill sehingga mereka dapat berpartisipasi secara efektif dalam persaingan global baik dibidang ekonomi maupun sosial kemasyarakatan.
- c. Pembelajaran dengan orientasi pengembangan diri (Learning to be)
Pembelajaran dengan orientasi ini bertujuan untuk menyiapkan peserta didik dengan kemampuan analisis diri dan keahlian bersosial yang memungkinkan peserta didik untuk mengembangkan potensi dirinya baik secara psikologis maupun fisik untuk menjadi manusia yang paripurna.
- d. Pembelajaran dengan orientasi sosial (Learning to live together)

Orientasi pembelajaran ini bertujuan untuk memperkanlkan peserta didik tetang nilai-nilai yang terkait dengan hak asasi manusia, prinsip demokrasi, dan pemahaman antar budaya bangsa, penghormatan dan perdamaian di segenap elemen masyarakat dan hubungan antar manusia agar terwujud sosok individu atau masyarakat yang dapat hidup bersama dalam kedamaian dan keharmonisan.

Diyakini bahwa proses pembelajara yang mengorientasikan peserta didiknya kepada empat pilar dasar pendidikan tersebut di atas akan menghasilkan peserta didik yang unggul baik dalam aspek pengetahuan (kognitif), keahlian (psikomotorik), kepribadian (pengembangan diri), maupun aspek sosial (afektif) sebagai bekal dalam menghadapi kompleksitas permasalahan dunia sekarang ini.

Lalu yang menjadi pertanyaan adalah bagaimanakah cara menciptakan suasana pembelajaran matematika yang berorientasi kepada empat kecakapan tersebut?

3. Orientasi pembelajaran matematika menurut NCTM

Orientasi pembelajaran matematika berdasarkan pandangan National Council of Teacher of Mathematics atau disingkat NCTM (2000) dirumuskan dalam sejumlah tingkatan siswa sasaran dan domain matematika yang diajarkan. Dalam hal ini, tujuan pembelajaran matematika untuk siswa sekolah dasar akan berbeda dengan siswa sekolah menengah. Akan tetapi secara umum, NCTM (2000) menegaskan bahwa pembelajaran matematika diorientasikan untuk membangun pemahaman (*conceptual understanding*) peserta didik terhadap matematika dimana dengan pemahaman tersebut peserta didik diharapkan dapat terbantu dalam menyelesaikan masalah baru yang dihadapinya di kemudian hari.

NCTM lebih lanjut merumuskan lima kemampuan dasar yang harus ditekankan kepada peserta didik melalui pembelajaran matematika yang kemudian dikenal dengan istilah 5 Kemampuan Matematis (*the Five Mathematical Power*), yaitu: (1) Kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), (2) Kemampuan penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), (3) Kemampuan berkomunikasi (*communication*), (4) Kemampuan membuat koneksi/hubungan (*connection*), dan (5) Kemampuan representasi/pemodelan (*representation*).

a. Kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*)

Pada bidang kemampuan ini peserta didik diharapkan mampu:

- Membangun pengetahuan matematika mereka yang baru melalui kegiatan pemecahan masalah;
- Menyelesaikan masalah-masalah baik yang timbul pada konteks yang sifatnya matematis maupun pada konteks lainnya;
- Menerapkan dan menyesuaikan berbagai variasi strategi dalam menyelesaikan masalah;
- Memperhatikan dan merefleksi terhadap proses pemecahan masalah matematika yang dilakukan.

b. Kemampuan penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*),

Melalui kegiatan penalaran dan pembuktian, peserta didik diharapkan mampu:

- Memahami bahwa bahwa kegiatan penalaran dan pembuktian adalah hal yang mendasar dan sangat penting peranannya dalam pengembangan matematika;
- Merumuskan suatu dugaan matematis dan menginvestigasi kebenaran dari dugaan tersebut;
- Mengembangkan argumentasi dan pembuktian matematis serta mengevaluasi kebenaran dari argumentasi dan pembuktian tersebut;
- Memilih dan menggunakan berbagai jenis metode penalaran dan pembuktian matematika;

c. Kemampuan berkomunikasi (*communication*)

Hal-hal yang ingin ditekankan pada kemampuan ini adalah siswa mampu:

- Mengatur dan menggabungkan kemampuan berfikir matematis mereka melalui kegiatan pengkomunikasian ide matematika yang mereka miliki;
 - Mengkomunikasikan kemampuan berfikir matematis mereka dengan padu dan jelas (*coherent and clear*) kepada teman sejawat, guru, dan orang lain;
 - Menganalisis dan mengevaluasi pemikiran dan strategi matematis yang dimiliki orang lain;
-

-
- Menggunakan bahasa matematis (symbol, gambar, tanda, dll) untuk menyampaikan ide matematis dengan tepat.
- d. Kemampuan membangun koneksi/hubungan (connection)
- Kegiatan yang berkaitan dengan membangun koneksi/hubungan mengharuskan peserta didik untuk memiliki kemampuan untuk:
- Mengenal hubungan di antara ide-ide dalam matematika dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah yang terkait;
 - Memahami bagaimana ide-ide dalam matematika satu dengan yang lain saling berhubungan untuk membangun keseluruhan sistem matematika yang padu;
 - Mengenal dan mengaplikasikan ide-ide dalam matematika pada konteks di luar matematika.
- e. Kemampuan representasi/pemodelan (representation).
- Kemampuan ini menyangkut kemampuan peserta didik untuk:
- Menciptakan dan menggunakan representasi/model (tulisan, simbol, gambar, bagan, dll) untuk menyusun, merekam, dan menyampaikan ide matematika;
 - Memilih dan menggunakan serta memaknai representasi matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah;
 - Menggunakan representasi untuk memodelkan dan memaknai fenomena/kejadian baik yang bersifat matematis, fisika, maupun sosial.

4. Tujuan pembelajaran matematika menurut kurikulum nasional

Lima orientasi pembelajaran matematika (*the five mathematical power*) yang dirumuskan oleh NCTM tersebut di atas juga sejalan dengan tujuan pembelajaran matematika yang tercantum dalam Kurikulum Nasional Indonesia, yaitu KTSP (Depdiknas, 2006), yaitu melalui pembelajaran matematika peserta didik diharapkan mampu:

- a. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah (penekanan pada pemahaman, keterkaitan, aplikasi konsep matematika);

-
- b. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika (penekanan pada penalaran, manipulasi, pembuktian matematika);
 - c. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh (penekanan pada pemecahan masalah dan pemodelan matematika);
 - d. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah (penekanan pada komunikasi matematis).
 - e. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan yaitu rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah (penekanan pada sikap keilmuan).

Tujuan pembelajaran matematika untuk setiap topik dan jenjang pendidikan berdasarkan kurikulum nasional pendidikan Indonesia lebih rincinya dapat ditinjau pada Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar (SK/KD) pada KTSP atau Kurikulum 2013.

BAB II

IMPLIKASI TEORI PERKEMBANGAN TERHADAP PEMBELAJARAN MATEMATIKA

1. Implikasi Teori Perkembangan Kognitif Piaget

Kognitif adalah salah satu ranah dalam taksonomi pendidikan menurut Bloom (1956). Secara umum kognitif diartikan sebagai potensi intelektual, yaitu menyangkut kemampuan untuk mengembangkan kemampuan rasional (akal). Teori kognitif lebih menekankan bagaimana proses atau upaya untuk mengoptimalkan kemampuan aspek rasional yang dimiliki oleh orang lain. Dengan pandangan ini, teori kognitif berbeda dengan teori behavioristik, yang lebih menekankan pada aspek kemampuan perilaku yang diwujudkan dengan cara kemampuan merespons terhadap stimulus yang datang kepada dirinya.

Salah satu pakar yang mendalami kajian mengenai kognitif adalah *Jean Piaget* (1896-1980), pakar psikologi dari Swiss. Piaget mengatakan bahwa anak dapat membangun secara aktif dunia kognitif mereka sendiri. Dalam pandangan Piaget, terdapat dua proses yang mendasari perkembangan dunia individu, yaitu pengaturan (organisasi) dan penyesuaian (adaptasi). Kecenderungan organisasi pada individu dapat digambarkan sebagai kecenderungan bawaan setiap individu untuk mengintegrasikan proses-proses secara sendiri sehingga menjadi sistem-sistem yang koheren. Sedangkan, adaptasi dapat dilukiskan sebagai kecenderungan bawaan setiap organisme untuk menyesuaikan diri dengan lingkungan dan keadaan sosial.

Lebih lanjut, Piaget berpandangan bahwa ada empat aspek yang mempengaruhi perkembangan kognitif manusia, yaitu:

- a. Kematangan individu sebagai hasil perkembangan susunan syaraf
Semakin berkembang susunan syaraf suatu individu semakin berkembang kemampuan kognitif individu yang bersangkutan.
- b. Pengalaman individu dengan dunianya
Pengalaman ini menyangkut hubungan timbal balik antara individu dengan dunianya. Interaksi antara individu dan dunia luar merupakan sumber

pengetahuan baru. Semakin banyak interaksi yang dibentuk semakin terbangun kognitif individu yang bersangkutan.

c. Interaksi sosial

Interaksi ini menyangkut pengaruh-pengaruh yang diperoleh individu dalam hubungannya dengan lingkungan sosial. Lingkungan sosial berpengaruh besar dalam perkembangan bahasa dan nilai yang diyakini individu.

d. Ekuilibrase (keseimbangan),

Aspek ekuilibrase menyangkut dengan adanya kemampuan atau sistem pengatur dalam diri individu agar dia selalu mampu mempertahankan keseimbangan dan penyesuaian diri terhadap lingkungannya. Proses pengaturan diri dan pengoreksi diri (ekuilibrase) ini mengatur interaksi individu dengan lingkungan, pengalaman fisik, pengalaman sosial, dan perkembangan jasmani yang menyebabkan perkembangan kognitif berjalan secara terpadu dan tersusun baik.

Dalam pandangan Piaget, individu secara aktif membangun dunia kognitif mereka dengan menggunakan struktur skema untuk menjelaskan hal-hal yang mereka alami. Skema adalah struktur kognitif (struktur pengetahuan) yang digunakan oleh manusia untuk mengadaptasi diri terhadap lingkungan dan menata lingkungan ini secara intelektual. Semakin kaya dan terstrukturnya sistem skema individu semakin berkembang sistem kognitif individu yang bersangkutan. Perkembangan skema tersebut, menurut Piaget (1952), disebabkan oleh dua proses, yaitu:

Pertama adalah proses asimilasi. Asimilasi adalah proses menambahkan informasi baru ke dalam skema (struktur pengetahuan) yang sudah ada. Proses ini bersifat subjektif, karena seseorang akan cenderung memodifikasi pengalaman atau informasi yang diperolehnya agar bisa masuk ke dalam skema yang sudah ada sebelumnya.

Kedua adalah proses akomodasi. Akomodasi adalah bentuk penyesuaian lain yang melibatkan perubahan atau penggantian skema akibat adanya informasi baru yang tidak sesuai dengan skema yang sudah ada. Dalam proses ini dapat pula terjadi pemunculan skema yang baru sama sekali.

Implikasi Teori Perkembangan Kognitif Piaget di atas terhadap dunia pendidikan antara lain:

- a. Pembelajaran tidak hanya fokus pada hasil pembelajaran, akan tetapi juga pada proses berfikir peserta didik.
- b. Peserta didik harus dilibatkan secara aktif dalam proses pembelajaran mengingat bahwa peserta didik memiliki kemampuan untuk mengambil tindakan sendiri.
- c. Tujuan utama dari suatu proses pembelajaran adalah untuk mengusahakan agar peserta didik dapat berfikir layaknya orang dewasa.
- d. Penerimaan atas perbedaan tingkat perkembangan setiap peserta didik.

2. Implikasi Teori Perkembangan Kognitif Vygotsky

Lev Vygotsky adalah psikologis Rusia di tahun 1930an. Jika Piaget beranggapan bahwa kemampuan kognitif tertentu diperlukan terlebih dahulu sebelum pembelajaran dilakukan, maka sebaliknya Vygotsky beranggapan bahwa suatu pembelajaran perlu dilakukan untuk membangun suatu kemampuan kognitif. Pandangan Vygotsky ini mempengaruhi sistem pembelajaran di dunia khususnya di Negara-Negara Amerika Utara (USA dan Canada).

Ada lima hal yang diperkenalkan Vygotsky terkait dengan perkembangan kognitif manusia, yaitu *Self-Regulation*, *Private Speech*, *The Zone of Proximal Development*, *Scaffolding*, dan *Cooperative Learning*.

a. *Self-Regulation*,

Vygotsky berkeyakinan bahwa proses belajar melibatkan kemampuan individu dalam memahami simbol atau tanda melalui proses pembelajaran atau informasi dari orang lain. Ketika kemampuan tersebut sudah mengakar sehingga individu tersebut dapat menyelesaikan masalah yang diberikan tanpa bantuan orang lain, maka individu tersebut dikatakan telah memiliki kemampuan *Self-Regulation*.

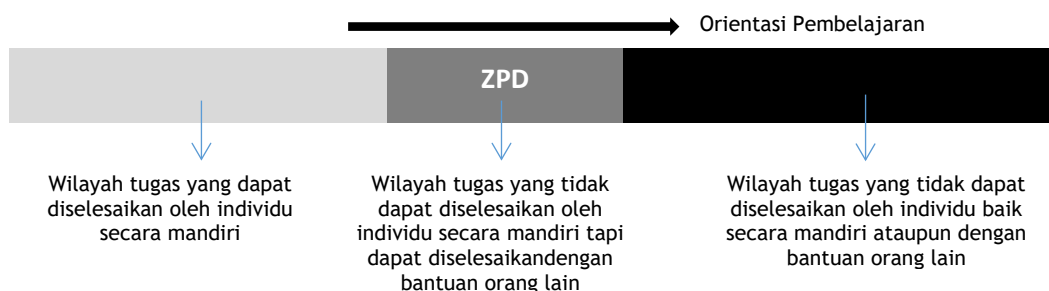
b. *Private Speech*,

Private Speech adalah suatu mekanisme internalisasi pengetahuan melalui pembicaraan yang dilakukan oleh individu kepada dirinya sendiri (refleksi

diri). *Private speech* ini sering kita temukan kepada individu ketika berhadapan dengan masalah yang kompleks. Vygotsky menyampaikan bahwa individu sering menggunkan pembicaraan orang lain untuk membantu mereka dalam menyelesaikan masalah.

c. *The Zone of Proximal Development (ZPD)*,

ZPD didefinisikan sebagai wilayah kemampuan seorang individu yang berada tepat di antara wilayah tugas yang mampu diselesaikan oleh individu secara mandiri dan wilayah tugas yang mampu diselesaikan dengan bantuan orang lain. Misalnya, tugas yang berada di dalam wilayah ZPD adalah jenis tugas yang penyelesaiannya tidak dapat diselesaikan oleh individu secara mandiri akan tetapi dapat diselesaikan dengan bantuan sejawat atau orang lain yang lebih kompeten. Menurut Vygotsky jenis tugas ini sangat efektif dalam mengembangkan kognitif individu karena proses ini membantu individu untuk mengembangkan pengetahuannya ke level yang lebih tinggi. Ide ZPD inilah yang kemudian menginspirasi pendekatan sosial budaya dalam pembelajaran karena melibatkan peran orang lain serta segenap sistem budaya di dalamnya (bahasa, tulisan, simbol, dll) dalam pengemabngan kognitif seorang individu. Wilayahaha yang disebut ZPD digambarkan pada ilustrasi di bawah ini.



Gambar 2. ZPD (the Zone of Proximal Development)

d. *Scaffolding*

Implikasi dari ide ZPD adalah adanya scaffolding (bantuan). Scaffolding didefinisikan sebagai bantuan yang diberikan kepada individu yang sedang belajar oleh orang yang lebih kompeten. Scaffolding dalam teori Vygotsky

merujuk pada pemberian bantuan/dukungan belajar kepada individu dalam mempelajari suatu dimana bantuan ini kuantitas dan kualitasnya cukup tinggi di awal fase pembelajaran dan kemudian semakin berkurang sejalan dengan perkembangan pengetahuan individu tersebut. Scaffolding mulai dihilangkan ketika individu tersebut sudah menguasai kompetensi yang diharapkan.

e. *Cooperative Learning*

Implikasi lainnya dari ide ZPD adalah pembelajaran secara kooperatif (bekerjasama). Vygotsky meyakini bahwa dalam suasana belajar kooperatif individu yang satu dengan yang lainnya saling mempengaruhi wilayah ZPD masing-masing yang dapat meningkatkan kemampuan berfikir individu-individu yang bersangkutan ke tahap yang lebih tinggi.

Teori perkembangan kognitif Vygotsky memiliki tiga implikasi besar dan mendasar dalam pembelajaran yang kemudian merubah warna pembelajaran di dunia pendidikan dewasa ini, yaitu:

Pertama, pengaturan titik awal proses pembelajaran, yaitu pada wilayah ZPD, akan membantu individu untuk meningkatkan kemampuan kognitifnya. Sehingga proses pembelajaran yang baik melibatkan kegiatan penyelesaian masalah yang tidak dapat siswa selesaikan secara mandiri akan tetapi dapat diselesaikan dengan bantuan teman sejawat lainnya atau dengan adanya scaffolding dari guru. Tipikal masalah seperti ini adalah masalah yang dapat dibayangkan situasi dan orientasi penyelesaian dari masalah tersebut akan tetapi individu yang bersangkutan membutuhkan bantuan orang lain untuk menyelesaikannya. Dalam pandangan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR), ide semacam ini dikenal dengan istilah masalah yang realistik bagi siswa.

Kedua, pengaturan pembelajaran dalam suasana kooperatif (kerjasama) akan membantu individu dalam meningkatkan kemampuan kognitif mereka. Pengelompokan belajar individu yang memiliki tingkat kompetensi yang berbeda akan efektif dalam meningkatkan ZFD individu masing-masing.

Ketiga, penggunaan scaffolding (bantuan belajar) dimana individu secara bertahap bertanggung jawab atas perkembangan pengetahuannya setelah mendapatkan bantuan belajar yang cukup untuk membentuknya menjadi

pembelajar mandiri. Tujuan dari scaffolding ini bukan menjadikan individu tersebut menjadi pembelajar yang ketergantungan akan tetapi bertujuan untuk melatih individu tersebut secara bertahap menjadi pembelajar mandiri melalui pemberian scaffolding secara bertahap.

BAB III
PEMBELAJARAN/PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK
(PMR)

1. Filosofi

Pandangan tentang PMR dewasa ini sebagian besar dipengaruhi oleh pandangan Freudenthal tentang matematika (Heuvel-Panhuizen, 1998). Menurut Freudenthal, pembelajaran matematika harus dihubungkan dengan dunia nyata, dekat dengan siswa, dan berkaitan dengan kehidupan masyarakat, agar melekat menjadi sistem nilai yang diakui pada diri manusia.

Oleh karena itu, Freudenthal memandang bahwa pembelajaran matematika sebagai suatu aktifitas yang dilakukan oleh manusia. Pandangan matematika sebagai suatu aktifitas manusia merujuk pada proses pembelajaran matematika yang memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk melakukan kegiatan eksplorasi terhadap fenomena/kejadian yang dapat dibayangkan oleh peserta didik guna mengembangkan dan membangun pengetahuan mereka, bukan memandang pembelajaran matematika sebagai suatu ilmu yang pembelajarannya melalui pemindahan (transfer) pengetahuan. Ide pembelajaran matematika melalui eksplorasi terhadap fenomena/kejadian yang dapat dibayangkan oleh siswa ini kemudian dikenal dalam PMR dengan istilah ***Dedactical Phenomenology***.

Lebih lanjut, dalam PMR pembelajaran matematika seharusnya memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mengalami proses penemuan kembali konsep-konsep matematika dengan cara melakukan kegiatan-kegiatan yang memungkinkan mereka untuk menemukan konsep-konsep tersebut melalui bimbingan orang yang lebih ahli, dalam hal ini adalah guru. Ide ini kemudian dikenal dengan istilah ***Guided Reinvention*** (proses penemuan terbimbing).

Selain dua ide di atas (*Dedactical Phenomenology* dan *Guided Reinvention*), pembelajaran matematika dalam PMR memberikan ruang kreasi yang luas kepada siswa untuk mengembangkan representasi atau model matematika terhadap

masalah matematika yang dihadapi nantinya digunakan model untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika yang mereka yakini. Ide ini dalam PMR dikenal dengan istilah **Self-Developed Model** (pengembangan model matematika secara mandiri). Melalui kegiatan pemodelan ini, maka dalam PMR dikenal dua jenis proses pemodelan (matematisasi), yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal.

2. **Matematisasi Horizontal dan Vertikal (Perkembangan Kompetensi Matematis)**

Pembelajaran matematika bukanlah suatu kegiatan transfer pengetahuan yang sifatnya tertutup (dikotomi yaitu tidak memberikan ruang kepada ilmuwan diluar domain yang sedang dibicarakan), akan tetapi suatu aktifitas penemuan kembali konsep-konsep matematika melalui aktifitas-aktifitas yang sifatnya terbuka (holistik) melalui kegiatan pemodelan matematika guna meningkatkan kemampuan matematika siswa ke tahap yang lebih abstrak dan formal. Ide ini dalam PMR dikenal dengan istilah **progressive mathematization** (Freudenthal, 1968). Ide *progressive mathematization* ini kemudian oleh Treffers (1978, 1987) dirumuskan dalam dua tahapan proses, yaitu *horizontal* dan *vertical mathematization*.

Kedua terminology ini secara umum dapat dipahami sebagai berikut:

c. *Horizontal Mathematization*

Dalam tahapan *horizontal mathematization*, peserta didik merumuskan model matematika dari masalah yang dikaji dengan menggunakan perangkat-prangkat matematika yang diketahuinya guna membantu mereka dalam mengorganisir informasi yang ada dalam masalah tersebut. Sederhananya, *Horizontal mathematization* merujuk pada kegiatan pemodelan masalah secara matematis dari masalah matematika yang diberikan.

d. *Vertical Mathematization*

Tahapan selanjutnya setelah *horizontal mathematization* adalah *vertical mathematization*. *Vertical mathematization* adalah proses analisis atau pengorganisasian kembali model-model matematis yang didapatkan pada tahapan *horizontal mathematization* di atas guna menyelesaikan masalah

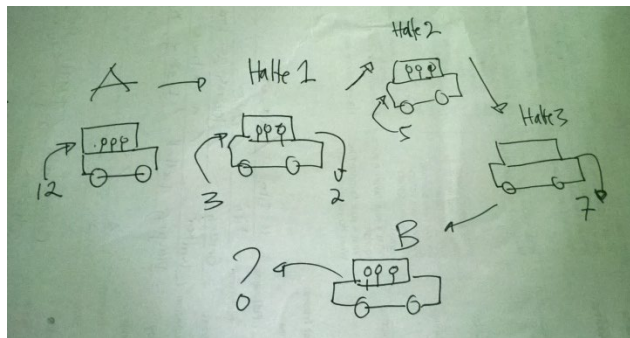
matematika yang diberikan dan juga guna mencapai pada pemahaman matematika yang lebih abstrak dan formal. Hal-hal yang termasuk dalam tahapan ini adalah penemuan hubungan, konsep, keterkaitan antar konsep, dan sebagainya berdasarkan analisis model matematika yang telah ditemukan sebelumnya menggunakan sejumlah perangkat matematika yang telah diketahui.

Untuk lebih jelasnya, matematisasi horizontal melibatkan kegiatan perpindahan dari dunia fenomena/kejadian ke dunia simbol yang merepresentasikan kejadian tersebut, sedangkan matematisasi vertikal dimaknai sebagai proses pengotak-atikan dunia simbol tersebut guna menemukan pola, aturan, hubungan, dan sebagainya guna menyelesaikan masalah yang ada dan juga sebagai wahana untuk mencapai pemahaman matematika yang lebih abstrak dan formal.

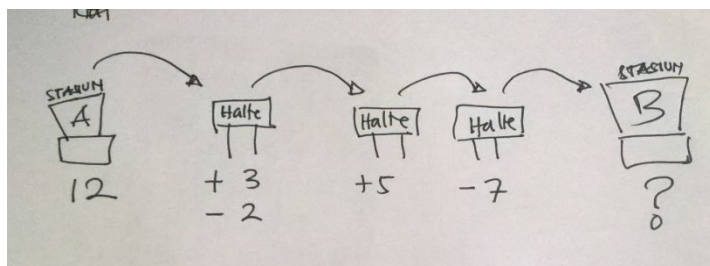
Untuk mengilustrasikan ide matematisasi ini, perhatikan contoh masalah matematika berikut ini yang tujuannya untuk mengembangkan pemahaman siswa sekolah dasar mengenai penjumlahan dan pengurangan. *“Sebuah Bis berangkat dari Stasiun A dan berakhir di Stasiun B. Dari stasiun A, Bis tersebut mengangkut 12 penumpang. Dalam perjalanannya, Bis tersebut berhenti sebanyak 3 kali. Pada Halte pertama ada 2 orang turun dan 3 orang naik ke kendaraan. Halte selanjutnya tidak ada yang turun akan tetapi ada penambahan 5 orang penumpang. Pada Halte ketiga, ada 7 orang penumpang yang turun. Lalu, berapakah jumlah penumpang yang sampai di Stasiun B?*

Dalam menyelesaikan masalah tersebut, siswa awalnya akan mencoba merepresentasikan masalah tersebut ke bentuk yang lebih mudah dipahami. Misalnya mengilustrasikan masalah tersebut dalam gambar seperti terlihat pada gambar 3, atau yang lebih abstrak lagi seperti pada gambar 4. Proses pemodelan masalah seperti ini disebut sebagai proses matematisasi horizontal karena siswa tersebut sedang berusaha memodelkan masalah yang dikaji dengan menggunakan perangkat-prangkat matematika yang diketahuinya guna membantu mereka dalam mengorganisir informasi yang ada dalam masalah tersebut.

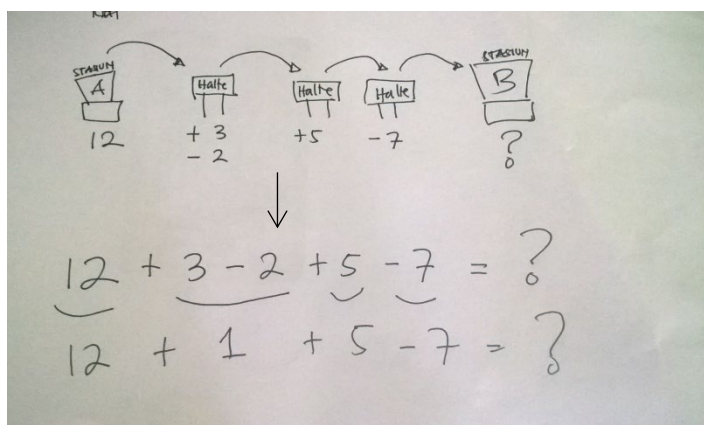
Dari model yang didapatkan dari proses matematisasi horizontal tersebut, siswa kemudian mengembangkan solusi untuk masalah tersebut ke bentuk yang lebih formal atau lebih abstrak seperti yang terlihat pada gambar 5. Dalam hal, siswa tersebut dikatakan sedang berada pada proses matematisasi vertikal.



Gambar 3. Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi horizontal



Gambar 4. Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi horizontal



Gambar 5. Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi vertikal

Berdasarkan inspirasi dan pemahaman yang didapatkan siswa dari kedua proses matematisasi tersebut, siswa diharapkan dapat menerapkan konsep matematis yang ada di dalamnya ke dalam situasi lainnya yang memiliki

karakteristik permasalahan yang sama, yaitu penjumlahan dan pengurangan objek. Seperti dapat menyelesaikan $8 + 6$, $7 - 5$, $5 - 2 + 6$, dan sebagainya. Ketika siswa mampu melakukan hal ini, maka siswa tersebut dikatakan telah sampai pada pemahaman matematika formal.

Proses matematisasi Horizontal dan Vertikal sangat erat kaitannya dengan proses pemodelan matematis dari masalah realistik yang diberikan. Proses pemodelan ini dalam PMR dikenal dengan istilah 'model dari' (*model of*) dan 'model untuk' (*model for*).

3. Pemodelan Matematika

Ketika menyelesaikan masalah matematika yang diberikan, siswa tidak hanya mengembangkan pemahaman mereka, akan tetapi juga secara bersamaan mengembangkan kemampuan mereka dalam mengembangkan model dan prangkat matematis.

Proses pengembangan yang dialami siswa dalam hal ini secara umum melalui tahap-tahap berikut ini:

c. Model dari masalah yang diberikan (*Model of*)

Ketika menyelesaikan masalah matematika, siswa mula-mula mengembangkan suatu strategi dan model penyelesaian masalah yang sangat terkait dengan konteks masalah yang diberikan, yaitu model solusi dari masalah tersebut.

Dari kasus Bis di atas, maka gambar 3 dan 4 dapat dikategorikan sebagai proses pemodelan pada level model dari masalah yang diberikan (*Model of*).

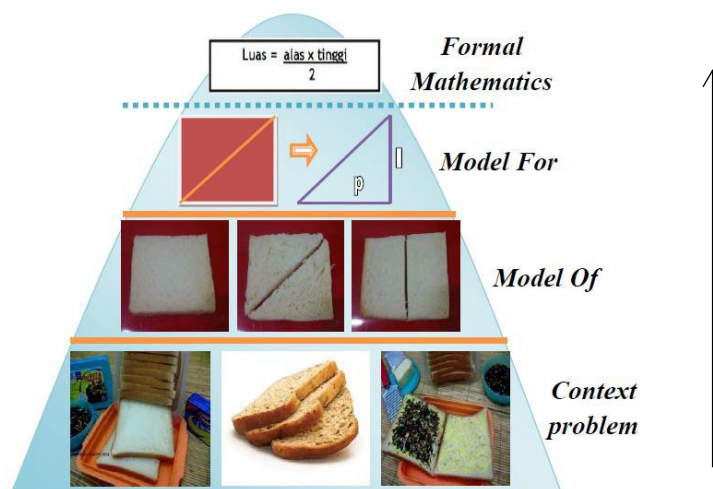
d. Model untuk masalah yang memiliki karakteristik yang sama (*Model for*)

Pada perkembangan selanjutnya, siswa mulai mengenal karakteristik yang bersifat umum dari masalah tersebut yang memungkinkan mereka untuk menyelesaikan masalah lainnya yang memiliki karakteristik yang sama dengan masalah tersebut. Akhirnya, model penyelesaian dari masalah-masalah yang memiliki karakter yang sama ini membantu siswa untuk mengembangkan model umum penyelesaian masalah yang memungkinkan siswa untuk sampai pada bentuk matematika yang lebih formal. Model

penyelesaian dari masalah ini kemudian disebut sebagai model untuk masalah dengan karakteristik tertentu.

Dari kasus Bis di atas, maka gambar 5 dan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah yang serupa mengilustrasikan proses pemodelan pada level *Model for*.

Ide mengenai proses *model of* dan *model for* untuk mencapai pemahaman pada tingkat formal diilustrasikan Model Ice Berg pada gambar di bawah ini:



Gambar 6. Ice Berg: Masalah -> Model of -> Model for -> matematika formal

4. Realistik ≠ Kontekstual

Kata 'realistik' pada Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) sering kali disalahmaknai oleh orang yang baru mengenal PMR. Mereka menganggap bahwa PMR adalah pembelajaran matematika mengenai dunia nyata dan oleh karena itu harus dimulai dari dunia nyata. Padahal tidak selalu demikian. Alasan penggunaan kata 'realistik' pada PMR tidak hanya dimaksudkan untuk menghubungkan dengan dunia nyata, akan tetapi dimaknai sebagai penekanan pada proses pembelajaran yang menghadirkan masalah matematika yang 'dapat dibayangkan oleh siswa'. Hal ini dikarenakan kata 'realistik' dalam bahasa Belanda (bahasa yang merupakan asal dari kata realistik pada PMR) di artikan sebagai "*to imagine*" yaitu usaha untuk membayangkan sesuatu di secara nyata di alam fikiran. Ini artinya bahwa masalah pembelajaran yang diberikan kepada siswa tidak harus

berasal dari konteks nyata, akan tetapi dapat juga dari masalah yang sifatnya fantasi, fiktif, dibuat-buat, bahkan bentuk matematika formal dan abstrak dapat menjadi masalah matematika yang cocok asalkan saja dapat dibayangkan oleh siswa, yaitu realistik bagi siswa.

5. Realistik vs Mekanistik

Penggunaan masalah-masalah dalam konteks sangat besar peranannya dalam PMR, karena hal tersebut membantu siswa dalam membayangkan masalah matematika yang dihadapinya. Hal ini sangat jauh berbeda dengan Pendekatan Matematika Mekanistik (PMM) dalam pembelajaran matematika yang sebagian besar isinya adalah masalah matematika yang hampa dan kurang bermakna bagi siswa.

Jika masalah kontekstual digunakan dalam PMM, maka masalah kontekstual tersebut dijadikan sebagai media untuk menyimpulkan suatu proses pembelajaran dimana masalah kontekstual dijadikan sebagai media untuk mengaplikasi pengetahuan yang sudah didapatkan sebelumnya, yaitu melalui aktifitas pembelajaran yang non kontekstual. Dalam PMR, hal ini jauh berbeda. Masalah kontekstual difungsikan sebagai salah satu sumber dalam proses pembelajaran. Dalam bahasa lainnya, masalah kontekstual dalam RME digunakan baik untuk mengangkat (menghadirkan) ataupun mengaplikasikan konsep matematika yang dipelajari siswa.

Perbedaan lainnya antara PMR dan PMM juga terletak pada proses dan penyajian topik pembelajaran. PMM dalam pelaksanaannya menerapkan proses pembelajaran yang sifatnya mekanistik, yaitu terfokus pada suatu prosedur pengajaran dimana topik-topik pembelajaran dibagi-bagi dalam bagian-bagian kecil yang tak bermakna; dan siswa diajarkan suatu prosedur baku penyelesaian masalah melalui latihan-latihan yang pada umumnya dilakukan secara individu.

PMR, di sisi lain, mengedepankan proses pembelajaran yang lebih kompleks guna membangun pemahaman konsep yang lebih bermakna. Daripada menjadi penerima matematika yang sudah jadi (*ready-made mathematics*), siswa pada PMR dipandang sebagai pembelajar yang aktif dalam proses pembelajaran, dimana mereka mengembangkan prangkat, model, dan pemahaman mereka

tentang matematika. Dalam hal ini, PMR memiliki kesamaan dengan pendekatan pembelajaran matematika berbasis Socio-Constructivist.

Persamaan lainnya antara PMR dan Socio-Constructivist dalam pembelajaran matematika adalah pentingnya proses pembelajaran yang memberikan ruang kepada siswa untuk berbagi pengalaman belajar kepada siswa lainnya (pembelajaran kooperatif/kerjasama).

6. Karakteristik PMR

Berdasarkan penjelasan di atas, suatu proses pembelajaran dikatakan menerapkan PMR jika dalam proses pembelajaran tersebut menghadirkan 5 karakteristik dari PMR (Treffers, 1987), yaitu:

- f. **Penggunaan konteks**, yaitu eksplorasi masalah matematika dalam suatu konteks yang dapat dibayangkan oleh siswa sebagai titik awal pembelajaran.
- g. **Penggunaan Model**, yaitu pengembangan model dan prangkat matematika yang dilakukan oleh siswa atas masalah matematika yang diberikan (*model of* dan *model for*).
- h. **Pemanfaatan hasil kerja dan konstruksi siswa**, yaitu penggunaan model solusi dan kontribusi siswa sebagai dasar pengembangan pengetahuan matematika siswa ke yang lebih tinggi atau lebih formal (*progressive mathematization*).
- i. **Proses pembelajaran berbasis interaktifitas**, yaitu proses pembelajaran yang membuka ruang diskusi dan interaksi antara siswa dan siswa; dan siswa dan guru (kooperatif).
- j. **Pengkaitan dengan berbagai pengetahuan lainnya**, yaitu proses pembelajaran yang bersifat terbuka dan holistik dimana pengetahuan-pengetahuan baik dalam ataupun luar matematika dapat berkontribusi dalam proses pembelajaran.

Contoh rancangan pembelajaran berbasis PMR ini dapat dilihat pada lampiran guna membantu memahami pendekatan ini dengan lebih baik lagi.

BAB IV
PERANCANGAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERPARADIGMA PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK

A. Apa itu Perancangan Pembelajaran?

Perancangan pembelajaran atau dikenal dengan istilah desain pembelajaran adalah seperangkat kegiatan merancang kegiatan pembelajaran beserta hal-hal yang diperlukan dalam pembelajaran tersebut untuk mencapai tujuan pembelajaran yang dicanangkan. Kegiatan ini meliputi: kegiatan perumusan tujuan pembelajaran (*ending point*), pengkajian keadaan siswa sasaran (*starting point*), perumusan hipotesis lintasan belajar untuk mencapai tujuan pembelajaran dengan memperhatikan keadaan siswa sasaran, dan penentuan durasi waktu pelaksanaan kegiatan pembelajaran, serta perumusan mekanisme evaluasi untuk mengkaji keberhasilan rancangan pembelajaran dalam mencapai tujuan pembelajaran.

Dalam merancang pembelajaran Desain pembelajaran yang baik idealnya dirumuskan dan disusun berdasarkan dan atau memperhatikan teori-teori atau kajian-kajian pembelajaran yang relevan dan sudah diakui keabsahannya. Teori mengenai metode pengembangan perangkat pembelajaran, misalnya, memegang peranan penting dalam mengembangkan suatu desain pembelajaran. Pemahaman mengenai teori perkembangan peserta didik, seperti yang diungkapkan oleh Piaget dan Vygotsky, akan sangat membantu dalam menentukan kegiatan dan materi pembelajaran yang cocok bagi siswa sasaran berdasarkan tingkat kognitifnya. Di sisi lain, teori perkembangan personal dan social, seperti yang dirumuskan oleh Erikson, akan sangat membantu dalam menentukan norma, atmosfer, atau kultur belajar yang sesuai bagi siswa sasaran.

Selain itu, kajian tentang sasaran pendidikan memiliki peranan yang penting dalam agar proses pembelajaran yang dirancang mencapai tujuan pembelajaran seutuhnya. Sasaran pembelajaran menurut Bloom, misalnya, akan membantu perancang dalam merancang pembelajaran yang dapat menyentuh tiga ranah kompetensi dasar

manusia, yaitu kognitif (pengetahuan dan pemahaman), psikomotorik (keahlian), dan afektif (sikap dan perilaku). Selain itu, kajian-kajian mengenai hasil penelitian terkait dengan konten/isi pembelajaran, baik yang bersifat *didaktik* (pengajaran) ataupun keilmuan, penting untuk dilakukan agar rumusan kegiatan dan isi desain pembelajaran yang dirancang sesuai dengan perkembangan keilmuan yang sebenarnya.

Secara umum pemahaman perancang desain pembelajaran mengenai teori-teori terkait dengan metode perancangan pembelajaran, psikologi, pedagogi, didaktik dan domain keilmuan yang dirancang akan sangat membantu dalam merancang desain pembelajaran yang ideal guna mewujudkan guru yang profesional.

B. Kerangka Kerja Perancangan Pembelajaran Matematika berparadigma PMR

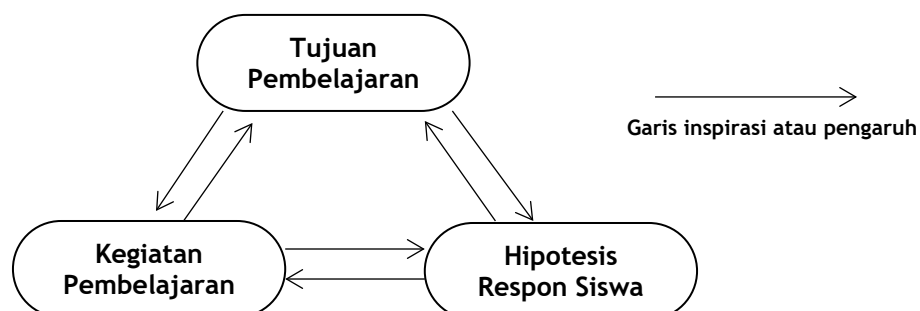
Salah satu persoalan dunia pendidikan dewasa ini adalah bagaimana menghadirkan suatu kegiatan pembelajaran yang bermakna bagi peserta didik melalui keterlibatan aktif peserta didik dalam membangun pemahamannya sendiri dalam suasana pembelajaran yang kooperatif. Lebih khusus lagi dalam pendidikan matematika, tawaran kegiatan pembelajaran yang efektif dalam mengembangkan pengetahuan peserta didik dari satu konsep ke konsep lainnya yang lebih abstrak dan lebih formal adalah masalah yang esensi dan mendasar dalam pendidikan matematika sekarang ini.

Atas dasar permasalahan tersebut, Simon memperkenalkan suatu mekanisme pengembangan perangkat pembelajaran (kegiatan, tugas, media, dll) yang didasarkan pada pandangan kuatnya hubungan antara bentuk kegiatan pembelajaran dengan efek pemahaman yang dibangun dari kegiatan tersebut. Misalnya, jika seorang siswa belajar suatu konsep matematika melalui konteks tertentu, maka konteks tersebut akan membentuk pemahaman siswa terhadap konsep tersebut. Siswa yang belajar konsep pecahan melalui eksplorasi konteks dimana pecahan itu muncul, misalnya setengah atau seperempat bagian dari sebuah roti, akan memiliki konsepsi pecahan yang berbeda dengan siswa yang belajar pecahan dengan diperkenalkan langsung kepada bentuk matematika formal dari pecahan tersebut, misalnya $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ dst. Mekanisme pengembangan perangkat pembelajaran yang diperkenalkan oleh Simon (1995) ini dalam dunia pendidikan dikenal dengan istilah Hypothetical Learning Trajectory (HLT) atau Hipotesis Lintasan Belajar (HLB).

HLB adalah sebuah rumusan hipotesis/perkiraan lintasan belajar yang seharusnya dilalui oleh siswa untuk sampai pada tujuan pembelajaran yang diinginkan. Perkiraan ini tentu bukan perkiraan yang mengada-ada, akan tetapi perkiraan yang didasarkan pada pemahaman, pengalaman, dan intuisi perumus HLB mengenai langkah-langkah pembelajaran yang sesuai untuk mencapai tujuan pembelajaran yang ingin dicapai.

HLB terdiri atas tiga komponen dasar, yaitu tujuan kegiatan pembelajaran, bentuk kegiatan pembelajaran, dan hipotesis/perkiraan respon siswa terhadap kegiatan pembelajaran tersebut. Rumusan tujuan, bentuk, perkiraan respon siswa tersebut tentu harus padu (*coherence*), sesuai (*relevance*), dan efektif (*effective*) untuk mencapai tujuan pembelajaran. Ketiga komponen tersebut saling berkaitan, yaitu bentuk kegiatan pembelajaran akan sangat tergantung pada tujuan pembelajaran yang ingin dicapai yang kemungkinan ketercapaiannya tersebut dapat ditinjau dari perkiraan/hipotesis respon siswa atas kegiatan tersebut. Misalnya, kegiatan pembelajaran dalam situasi diskusi akan sesuai jika orientasi pembelajaran yang dicanangkan adalah membangun kompetensi siswa dalam menyampaikan ide dan pendapat. Kegiatan pembelajaran pengelompokan benda-benda dalam kumpulan sepuluh akan cocok jika tujuan pembelajarannya adalah untuk membangun pemahaman siswa mengenai sistem nilai tempat dalam sistem bilangan decimal.

Tidak hanya tujuan pembelajaran yang akan menginspirasi bentuk kegiatan pembelajaran atau sebaliknya, perkiraan/hipotesis respon yang diharapkan juga dapat menginspirasi tujuan dan bentuk kegiatan pembelajaran. Jadi ketiga komponen tersebut saling berkaitan untuk mencapai tujuan akhir dari serangkaian kegiatan pembelajaran yang dicanangkan. Hubungan dari ketiga komponen dasar dari HLB tersebut diilustrasikan pada gambar 7.



Gambar 7: Hubungan Tujuan, Kegiatan, dan Hipotesis Respon pada HLB

Perhatikan contoh pengembangan HLB berikut ini yang berorientasi akhir untuk membantu siswa kelas 1 Sekolah Dasar dalam mengembangkan pemahaman mereka tentang konsep nilai tempat (*place value*) dalam sistem bilangan desimal.

Tujuan Pembelajaran	Mengembangkan pemahaman siswa tentang nilai tempat, yaitu satuan, puluhan, dan ratusan, dalam sistem bilangan desimal.
Prasyarat Siswa Sasaran	<ul style="list-style-type: none"> - Sudah dapat menulis bilangan 1 hingga 9 - Sudah memahami bilangan 1 hingga 9 - Sudah dapat membaca tulisan dan bilangan

A. KEGIATAN AWAL PEMBELAJARAN

1. Tujuan

Mempersiapkan mental siswa untuk belajar dan menimbulkan rasa ketertarikan siswa untuk belajar

2. Kegiatan

Guru menunjukkan sejumlah gambar kepada siswa, yaitu gambar sebuah taman yang dihias menggunakan batu kerikil dan gambar beberapa jenis batu kerikil.



Guru menanyakan kepada siswa apa yang mereka tahu tentang gambar tersebut. Pertanyaan-pertanyaan berikut dapat menjadi pemicu: Apakah mereka pernah melihat taman yang dihias dengan batu kerikil di sekitar rumah mereka? Jenis kerikil seperti apa saja yang pernah mereka ketahui? Dimana biasa kerikil yang digunakan untuk menghias taman dapat didapatkan? Apakah didapatkan dengan gratis atau dibeli?

3. Hipotesis Respon Siswa

Kerikil adalah benda yang tidak asing digunakan sebagai hiasan taman dan tidak asing bagi siswa. Sebagian besar siswa tidak kesulitan mengenal gambar tersebut. Mereka dapat menyebutkan sejumlah jenis kerikil yang pernah mereka lihat, seperti kerikil lonjong atau bulat, kerikil hitam atau putih dan sebagainya. Karena kerikil hias pada umumnya tidak disediakan di alam, diduga siswa beranggapan bahwa kerikil tersebut didapatkan di toko-toko penjualan kerikil.

B. KEGIATAN PEMBELAJARAN LANJUTAN 1

1. Tujuan

Memperkenalkan masalah yang realistis bagi siswa sebagai titik awal untuk mengembangkan pemahaman siswa tentang konsep nilai tempat.

2. Kegiatan

Berdasarkan konteks kerikil di atas, guru menceritakan bahwa sebuah toko bangunan menjual berbagai warna jenis kerikil. Untuk mempermudah penjualan, toko tersebut berencana akan membungkus kerikil-kerikil tersebut dalam bungkus-bungkus kecil yang masing-masing bungkus berisi 10 biji kerikil.

Di dalam kelas, guru membawakan tiga bungkus besar kerikil berbagai warna (hitam, putih, dan hijau) yang dimiliki oleh toko tersebut dan sejumlah pembungkus plastik kecil. Guru kemudian, meminta siswa membantu pemilik toko untuk membungkus kerikil tersebut.

3. Hipotesis Respon Siswa

Masalah menghitung objek yang nyata bagi siswa adalah masalah yang relatif dapat diselesaikan oleh siswa. Dengan karakteristik masalah yang dapat dibayangkan siswa dan dijadikannya siswa sebagai pemecah masalah, diprediksikan akan memotivasi siswa untuk menyelesaikan masalah tersebut.

C. KEGIATAN PEMBELAJARAN LANJUTAN 2

1. Tujuan

Memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan berbagai strategi penyelesaian masalah terkait nilai tempat secara kolaboratif dan interaktif.

2. Kegiatan

Untuk menyelesaikan masalah di atas, guru meminta siswa berkerja dalam kelompok yang beranggotakan tiga siswa. Kemudian, secara acak guru membagi setiap warna kerikil tersebut ke masing-masing kelompok, sehingga setiap kelompok mendapatkan tiga warna kerikil untuk dibungkus.

Untuk mencatat hasil pekerjaan siswa, guru menyediakan Karton Lembar Pencatatan seperti di bawah ini (Kolom terakhir sengaja dikosongkan dan tidak perlu diisi oleh siswa). Guru meminta siswa untuk mencatat hasil kerjaan mereka pada karton tersebut.

TABEL PENCATATAN

Jenis Batu	Banyak Bungkus	Sisa Kerikil	
Hitam			
Putih			
Hijau			

Ketika siswa sedang bekerja, guru mengunjungi setiap kelompok untuk: (1) memperhatikan strategi siswa dalam menyelesaikan masalah tersebut, (2) memastikan bahwa setiap kelompok memahami apa yang harus dilakukan, (3) memberikan arahan secara tidak langsung jika siswa melakukan kesalahan perhitungan (4) memotivasi siswa untuk bekerja, atau (5) memastikan

bahwa kegiatan diskusi kelas dapat diakhiri. Informasi tersebut dapat dijadikan sebagai modal awal bagi guru dalam melaksanakan tahapan pembelajaran selanjutnya, yaitu konferensi kelas.

3. Hipotesis Respon Siswa

Dalam menyelesaikan masalah tersebut, diprediksikan bahwa siswa menggunakan berbagai strategi diantaranya:

- a. Secara bersamaan siswa membungkus kerikil berdasarkan warnanya secara bergiliran dan mencatat hasil perhitungannya di lembar pencatatan.
- b. Siswa berbagi tugas, yaitu masing-masing ada yang menghitung kerikil warna hitam, putih, dan hijau. Jika, strategi ini digunakan, minta siswa untuk saling mengecek hasil perhitungan untuk menghindari adanya kesalahan berhitung.

Adapun potensi kesalahan penyelesaian masalah yang dilakukan siswa antara lain:

- a. Siswa menggabungkan ketiga warna kerikil tersebut dalam bungkus yang sama. Dalam hal ini, guru meminta siswa untuk memperhatikan tabel pencatatan dan membantu siswa untuk menyadari bahwa pencampuran tersebut akan mempersulit dalam pencatatan dalam tabel tersebut.
- b. Siswa melakukan kesalahan dalam pencatatan di tabel pencatatan. Dalam hal ini, guru dapat meminta siswa untuk memeriksa kembali kesesuaian antara hasil perhitungan dengan catatan perhitungan pada tabel.
- c. Siswa melakukan kesalahan dalam menghitung butir kerikil, misalnya seharusnya satu bungkus berisi 10 butir akan tetapi siswa mengisinya dengan 9 butir. Dalam hal ini, guru dapat meminta siswa untuk memeriksa kembali hasil perhitungan siswa tersebut.

D. KEGIATAN PEMBELAJARAN LANJUTAN 3

1. Tujuan

Untuk mengungkap solusi masalah yang ditemukan siswa sebagai dasar untuk memperkenalkan konsep nilai tempat dalam sistem bilangan desimal. Dalam hal ini, solusi siswa dijadikan sebagai modal untuk mendiskusikan konsep nilai tempat.

2. Kegiatan

Setiap kelompok diminta untuk menempelkan lembar perhitungannya di papan tulis. Masing-masing kelompok diberikan kesempatan untuk menjelaskan hasil pencatatannya.

Dengan pertimbangan lebih mudah digunakan untuk memperkenalkan konsep nilai tempat, guru kemudian memilih salah satu lembar pencatatan siswa untuk didiskusikan bersama. Untuk memulai diskusi kelas, guru mengisi kolom terakhir dari lembar pencatatan tersebut dengan nama "Jumlah Kerikil". Guru kemudian meminta siswa untuk menentukan jumlah kerikil untuk masing-masing warna.

Secara hati-hati, melalui diskusi ini guru berusaha membantu siswa untuk menyadari bahwa informasi tentang 'banyak bungkus' dan 'sisa kerikil' dapat membantu siswa dalam menentukan 'jumlah kerikil'. Dalam hal ini, guru berusaha membantu siswa menyadari bahwa 'banyak bungkus' menunjukkan banyak kerikil dalam persepuluhan (misalnya 3 berarti 30 butir kerikil) dan 'sisa kerikil' menunjukkan banyak kerikil dalam satuan (misalnya 5 berarti 5 butir kerikil), sehingga jika terdapat 3 bungkus kerikil dan 5 tersisa maka siswa dapat menyadari bahwa jumlah kerikil adalah 35 butir, yaitu 3 berarti 30, dan 5 berarti 5 satuan. Dalam hal ini, siswa diharapkan dapat memahami konsep nilai tempat dalam sistem bilangan desimal. Jika siswa masih belum menyadari konsep nilai tempat tersebut, guru dapat melanjutkan diskusi yang sama pada tabel pencatatan siswa lainnya.

Setelah siswa memahami nilai tempat berdasarkan diskusi tabel pencatatan batu kerikil di atas, guru memperluas konsep nilai tempat tersebut pada nilai tempat ratusan dengan menghadirkan tabel berikut ini kepada siswa. Guru menjelaskan bahwa terdapat dua jenis bungkus kerikil, yaitu bungkus sedang (berisi 100 butir) dan bungkus kecil (berisi 10 butir).

Kerikil	Bungkus Sedang berisi 100 butir	Bungkus Kecil berisi 10 butir	Sisa Kerikil	Jumlah Kerikil
Hitam	2	3	5	
Putih	2	4	2	
Hijau	1	0	6	

Berdasarkan tabel di atas, siswa diminta untuk menentukan jumlah untuk masing-masing jenis kerikil tersebut. Pada setiap jenis kerikil, guru meminta siswa untuk menjelaskan arti bilangan yang ditunjukkan pada kolom 'jumlah kerikil' untuk menguji pemahaman siswa tentang nilai tempat. Misalnya, pada kerikil putih yang berjumlah 242, apakah siswa dapat membedakan nilai 2 pada ratusan dan 2 pada satuan? Atau minta siswa menjelaskan arti bilangan 0 pada jumlah kerikil hijau, yaitu 106.

3. Hipotesis Respon Siswa

Berikut ini adalah sejumlah hipotesis respon siswa terkait dengan tabel pencatatan batu kerikil:

Pertama, ketika siswa diminta mengisi kolom 'jumlah kerikil' kemungkinan siswa akan menghitung kembali kerikil tersebut satu per satu. Jika ini terjadi, berikan kepada siswa untuk melakukannya. Catat hasil perhitungannya pada kolom 'jumlah kerikil'. Jika perhitungannya kurang tepat, minta siswa untuk mengecek perhitungannya kembali. Setelah kolom 'jumlah kerikil' terisi semua, mintalah siswa untuk memperhatikan tabel tersebut untuk menemukan hubungan antara kolom 'jumlah bungkus' dan kolom 'sisa kerikil' dengan kolom 'jumlah kerikil'. Pemahaman mereka tentang hubungan tersebut kemudian dijadikan sebagai dasar untuk menjelaskan konsep nilai tempat.

Kedua, ditengah proses terjadinya hipotesis kejadian yang pertama di atas, ada kemungkinan siswa menyadari hubungan antara kolom 'jumlah bungkus' dan kolom 'sisa kerikil' dengan kolom 'jumlah kerikil'. Dalam hal ini, minta siswa tersebut untuk menjelaskan apa yang dipikirkannya kepada siswa lainnya. Guru dapat menggunakan pemikiran siswa tersebut untuk memperjelas konsep nilai tempat kepada siswa lainnya.

Ketiga, siswa langsung menyadari hubungan antara kolom 'jumlah bungkus' dan kolom 'sisa kerikil' dengan kolom 'jumlah kerikil'. Dalam hal ini, minta sejumlah siswa untuk menjelaskan apa yang dipikirkannya kepada siswa lainnya dan minta siswa lainnya untuk memberikan tanggapan jika diperlukan untuk semakin memperjelas situasi tersebut. Berangkat dari pemahaman siswa tersebut, guru dapat memberikan penjelasan tambahan untuk memperkuat pemahaman siswa mengenai nilai tempat.

Pada tabel kedua, siswa kemungkinan dapat menyelesaikan masalah tersebut dengan mudah berdasarkan pengalamannya pada tabel sebelumnya. Dari masalah ini, siswa dapat memahami konsep nilai tempat yang lebih tinggi, yaitu ratusan. Hal ini akan memperluas pemahaman siswa tentang konsep nilai tempat. Hal yang menjadi pokok diskusi dan krusial pada tabel kedua ini adalah bagaimana membantu siswa memahami perbedaan nilai pada simbol bilangan yang sama karena berada pada nilai tempat yang berbeda. Misalnya, apakah siswa dapat melihat bahwa 2 pada nilai tempat ratusan dari jumlah kerikil putih berbeda dengan 2 pada nilai tempat satuan, yaitu 2 pada nilai tempat ratusan berarti 200 dan 2 pada nilai tempat satuan berarti 2.

Hal lainnya yang ingin ditanamkan melalui tabel kedua ini adalah tentang pemahaman bilangan 0 dalam nilai tempat. Misalnya, pada jumlah kerikil hijau yang berjumlah 106, nilai 0 dalam hal ini menunjukkan bahwa tidak ada kelompok puluhan dalam bilangan tersebut, sehingga 106 dapat mereka pandang sebagai bilangan yang terdiri atas 100 dan 6.

E. KEGIATAN AKHIR PEMBELAJARAN

1. Tujuan

Untuk memperkuat pemahaman siswa tentang nilai tempat melalui kegiatan penyelesaian masalah tingkat lanjutan.

2. Kegiatan

Guru meminta siswa mendeskripsikan pemahaman mereka tentang suatu bilangan dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan berikut ini

- a. Jika terdapat 2 bungkus kerikil yang berisi 100 dan 5 bungkus kerikil berisi 10, berapakah jumlah kerikil keseluruhannya?
- b. Berapakah jumlah bungkus sedang (berisi 100) dan bungkus kecil (berisi 10) yang didapatkan dari kerikil yang berjumlah 237?
- c. Kerikil manakah yang lebih banyak antara kerikil yang berjumlah 701 dengan kerikil yang berjumlah 699?

3. Hipotesis Respon Siswa

Dengan pemahaman siswa mengenai konsep nilai tempat pada kegiatan konferensi kelas, siswa kemungkinan dapat menyelesaikan masalah tersebut dengan mudah.

Dari contoh hipotesis lintasan belajar di atas, dapat disimpulkan bahwa untuk mencapai tujuan akhir pembelajaran maka dikembangkan serangkaian kegiatan pembelajaran yang memiliki tujuan masing-masing (sub tujuan) yang akumulasi dari tujuan-tujuan akan mengarah pada ketercapaian tujuan akhir pembelajaran.

Deskripsi hipotesis respon siswa memandu perancang KLB atau guru dalam mengambil tindakan lanjutan (pemilihan kegiatan pembelajaran) guna mencapai tujuan pembelajaran sekaligus memberikan informasi mengenai kompetensi yang akan dicapai siswa dari setiap kegiatan pembelajaran yang dilalui. Deskripsi hipotesis respon siswa ini menunjukkan hubungan antar kegiatan pembelajaran yang dicanangkan. Penyusunan hipotesis respon siswa ini tentu bukan hasil dari prediksi kosong yang tidak memiliki alasan, akan tetapi merupakan hasil refleksi yang mendalam berdasarkan pengetahuan, pengalaman, dan intuisinya.

Serangkaian kegiatan pembelajaran dari langkah A hingga E adalah rangkaian kegiatan pembelajaran saling berkaitan dan utuh untuk mencapai tujuan akhir pembelajaran (pemahaman mengenai sistem nilai tempat) yang disusun berdasarkan pemahaman, pengalaman, dan intuisi perancang.

BAB V

EVALUASI KUALITAS DESAIN PEMBELAJARAN

Untuk mengukur kualitas dari suatu desain pembelajaran, Plomp dan Nieveen (2007) memberikan rambu-rambu dalam mengevaluasi kualitas dari suatu rancangan pembelajaran yang meliputi empat aspek penilaian, yaitu isi, konstruksi, kepraktisan, dan efektivitas dari suatu desain.

1. Validasi Isi

Hal yang ingin dipastikan dari evaluasi ini adalah *“Apakah isi (missal topik pembahasan matematika) pada rancangan pembelajaran secara keilmuan matematika sudah benar?”* Validasi isi dapat dilakukan dengan mengkaji literatur yang sesuai dengan topik pembelajaran yang dikembangkan, meminta ahli dibidangnya untuk meninjau isi dari rancangan pembelajaran yang dikembangkan, ataupun melalui kegiatan diskusi dengan teman sejawat yang memiliki pengalaman di bidang yang dikembangkan.

2. Validasi Konstruksi

Evaluasi ini bertujuan untuk menjawab pertanyaan *“Apakah susunan kegiatan pembelajaran yang dirancang dapat diterima secara logis? Apakah setiap langkah pembelajaran terhubung atau berhubungan secara logis satu dengan yang lainnya?”*

Validasi isi dapat dilakukan dengan meminta ahli dibidangnya untuk meninjau susunan kegiatan dalam rancangan pembelajaran yang dikembangkan.

3. Efektifitas

Evaluasi ini bertujuan untuk menjawab pertanyaan *“Apakah rancangan pembelajaran yang dirancang dapat digunakan untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan?”* Ada sejumlah tindakan yang dapat dilakukan untuk mengevaluasi efektifitas dari suatu desain, misalnya melakukan kegiatan Pilot Studi (uji coba pada kelas terbatas) untuk meninjau efektifitasnya di kelas terbatas. Selain itu, untuk mengukur apakah peserta didik telah sampai pada tujuan pembelajaran maka pengukuran efektifitas ini dapat dilakukan dengan

metode tes, wawancara siswa, observasi dan sebagainya dengan panduan instrument pengukuran efektifitas yang sesuai.

4. Kepraktisan

Evaluasi ini bertujuan untuk menjawab pertanyaan “*Apakah rancangan pembelajaran yang dikembangkan mudah untuk dilaksanakan sesuai dengan peruntukannya dalam pembelajaran sesungguhnya baik oleh guru ataupun siswa?*” Kepraktisan kuat kaitannya dengan kemudahan baik guru maupun siswa dalam melaksanakan rancangan pembelajaran. Pengukuran kepraktisan ini dapat dilakukan ketika rancangan tersebut diterapkan atau sesudahnya yaitu dengan metode observasi, wawancara, dan sebagainya dengan panduan instrument pengukuran kepraktisan yang sesuai.

Evaluasi ini pada pelaksanaannya memiliki penekanan-penekanan yang berbeda-beda pada setiap langkah pengembangan. Pada tahap persiapan misalnya, evaluasi lebih ditekankan pada aspek validitas isi dan konstruksi, sedangkan pada tahap uji coba (ekspesimen) kegiatan evaluasi lebih ditekankan pada aspek kepraktisan dan efektifitas. Tapi ini bukan berarti bahwa pada tahap pelaksanaan evaluasi isi dan konstruksi tidak dapat dilakukan atau sebaliknya, akan tetapi lebih pada pembagian penekanan evaluasi karena disesuaikan dengan karakteristik kegiatan pengembangan yang dilakukan. Misalnya, validasi isi dan konstruksi dilakukan di fase persiapan karena pada fase ini isi dan konstruksi dari media tersebut sedang dikembangkan. Begitupula dengan evaluasi kepraktisan dan efektifitas dilakukan pada fase eksperimen karena pada fase inilah tingkat efektifitas dan kepraktisan desain tersebut dapat ditinjau.

DAFTAR PUSTAKA

- Akker, et. al. (2006) *Educational Design Research*. Netherlands: Roudledge.
- Hakim, L. (2009). *Perencanaan Pembelajaran*, Jogjakarta: Wacana Prima
- Heuvel-Panhuizen, M. (1998) *Realistic Mathematics Education: work in progress*,
<http://www.fi.uu.nl/en/rme/>
- McKenny & Reeves (2012) *Conducting Educational Design Research*, Netherlands:
Roudledge.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, USA: NCTM
- Plomp & Nieveen (2007) *An Introduction to Educational Design Research*.
Netherlands: SLO
- Simon, M.A., & Tzur, R. (2004) Expliciting the role of mathematical task in conceptual learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory, *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2) 91-104
- Slavin, R.E. (2006) *Educational Phycology: Theory and Practice (Eight Edition)*, USA: Pearson.

Lampiran:

**CONTOH HIPOTESIS LINTASAN BELAJAR
PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PMR**

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Rancangan pembelajaran ini bertujuan untuk membantu siswa menemukan konsep distribusi perkalian terhadap penjumlahan atau pengurangan dan menggunakannya dalam penyelesaian masalah perkalian.

Misalnya, siswa dapat melihat 12×9 sebagai $(10 \times 9) + (2 \times 9)$ atau $(12 \times 10) - (1 \times 9)$ dan sebagainya.

B. PRASYARAT SISWA SASARAN

Rancangan pembelajaran ini diperuntukkan untuk siswa yang telah memiliki pemahaman konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang.

C. HIPOTESIS LINTASAN BELAJAR

KEGIATAN AWAL PEMBELAJARAN

Tujuan:

Mempersiapkan situasi pembelajaran dan memberikan stimulus awal untuk mempersiapkan siswa pada kegiatan inti pembelajaran.

Bentuk Kegiatan:

Guru mula-mula membicarakan mengenai meja. Kemudian mendiskusikan mengenai jumlah kaki meja, seperti meminta siswa menentukan jumlah kaki meja pada 1 buah meja, 2 buah meja dan 3 buah meja.

Hipotesis Respon Siswa

Kontek meja dan menghitung kaki meja relatif dapat dibayangkan dengan mudah oleh siswa. Jika kaki meja adalah 4 buah per meja, maka mereka kemungkinan akan mengatakan bahwa kaki meja untuk 2 meja adalah $4 + 4 = 8$ meja, dan 3 meja adalah $8 + 4 = 12$ meja.

Pedoman Guru

Ajak siswa berbicara mengenai meja yang mereka gunakan di kelas mereka, kemudian meminta siswa menentukan banyak kaki meja pada meja tersebut. Kemudian minta siswa untuk membayangkan banyak kaki meja jika ada 2, 3 atau 4 meja.

Pembicaraan mengenai jumlah kaki meja ini adalah sebagai persiapan siswa untuk membicarakan jumlah kaki meja pada ruang kelas yang memiliki meja yang cukup banyak pada kegiatan inti pembelajaran. Oleh karena itu, usahakan agar guru dapat melakukan transisi (perpindahan) kegiatan pembelajaran dengan baik dan terhubung antara kegiatan awal dengan kegiatan inti pembelajaran.

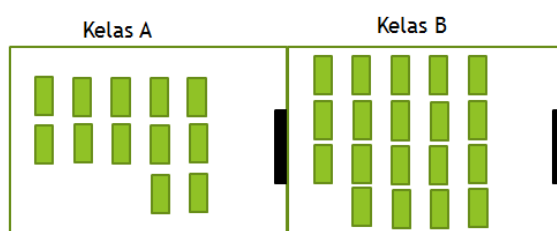
KEGIATAN INTI PEMBELAJARAN

Tujuan:

- Siswa dapat memodelkan solusi dari masalah matematika (fenomena matematika) yang diberikan.
- Siswa menemukan sifat distributif melalui kegiatan pemodelan tersebut.

Kegiatan:

Siswa ditunjukkan gambar dua ruang belajar, seperti ditunjukkan pada gambar berikut ini:



Berapakah banyak kaki meja di masing-masing kelas?

Guru menjelaskan bahwa kedua ruang belajar tersebut memiliki jumlah meja yang berbeda (gambar persegi panjang berwarna hijau).

Kemudian, siswa dalam kelompok (2 siswa per kelompok) diminta berdiskusi untuk menentukan jumlah kaki meja pada masing-masing ruang kelas tersebut.

Guru juga menyampaikan bahwa setelah kegiatan diskusi, beberapa siswa akan diminta untuk memaparkan strategi penyelesaian yang digunakannya.

Hipotesis Respon Siswa:

Berikut ini adalah sejumlah perkiraan strategi penyelesaian yang akan digunakan oleh siswa untuk menyelesaikan masalah di atas:

1. Strategi Berhitung

Dalam strategi ini, siswa menghitung kaki meja satu per satu (misal, 1, 2, 3, 4 dan seterusnya sembari menunjuk setiap kaki meja) sehingga menemukan bahwa jumlah kaki meja pada kelas A adalah 48 buah dan pada kelas B adalah 76 buah.

2. Strategi Penjumlahan

Dalam hal ini, siswa menghitung kaki meja dengan pendekatan penjumlahan berulang, misalnya pada kelas A siswa menjumlahkan 4 sebanyak 12 kali, yaitu $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 48$.

3. Strategi Perkalian

Dalam strategi ini, siswa menghitung kaki meja dengan pendekatan perkalian. Misalnya, untuk menentukan jumlah kaki meja pada kelas A, siswa mengalikan 12 dengan 4, yaitu $12 \times 4 = 48$. Ada kemungkinan bahwa strategi ini terinspirasi dari strategi sebelumnya, yaitu strategi penjumlahan, dimana $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ sama artinya dengan 12×4 .

4. Strategi Distributif

Dalam strategi ini, siswa menghitung kaki meja dengan pendekatan perkalian dengan menerapkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan atau pengurangan. Misalnya pada kelas A, siswa memahami bahwa jumlah kaki meja pada kelas tersebut adalah 12×4 sehingga memandang jumlah kaki meja tersebut sebagai $10 \times 4 + 2 \times 4$ (sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan). Strategi yang serupa dilakukan pada kelas B, yaitu memandang jumlah kaki meja di kelas tersebut adalah 19×4 sebagai $20 \times 4 - 1 \times 4$ (sifat distributif perkalian terhadap pengurangan)

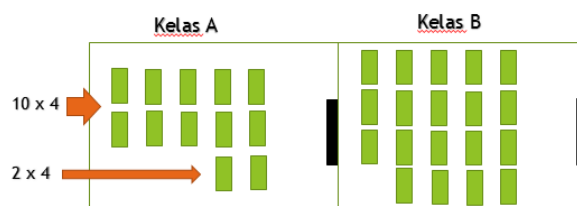
Pedoman Guru

Tujuan dari kegiatan pembelajaran ini adalah siswa menemukan sifat distributif dalam menyelesaikan masalah perkalian bilangan, seperti yang dijelaskan pada strategi distributif di atas.

Oleh karena itu, selama kegiatan diskusi siswa berlangsung guru memperhatikan strategi penyelesaian yang digunakan siswa. Jika siswa masih menggunakan strategi berhitung, guru berusaha menstimulus siswa untuk menggunakan strategi yang lebih edvan, misalnya mengarahkan siswa ke penggunaan strategi penjumlahan dengan menstimulus bahwa setiap meja tersebut memiliki jumlah kaki meja yang sama.

Jika siswa menggunakan strategi penjumlahan berulang, guru berusaha menstimulus siswa ke strategi yang lebih advan, yaitu strategi perkalian, dimana guru berusaha membantu siswa agar dapat memandang bahwa operasi penjumlahah berulang tersebut semakna dengan operasi perkalian.

Selanjutnya, jika siswa menggunakan strategi perkalian, guru berusaha menstimulus siswa agar siswa dapat memandang bahwa operasi perkalian tersebut dapat dipandang secara parsial (kelompok per kelompok), misalnya pada penentuan jumlah kaki meja pada kelas A, siswa diarahkan untuk menentukan jumlah kaki meja pada 10 meja terlebih dahulu (10×4) kemudian pada 2 meja sisanya (2×4), sehingga jumlah kaki meja seluruhnya adalah $(10 \times 4) + (2 \times 4)$, dimana jumlah kaki meja tersebut senilai dengan 12×4 . Dalam hal ini terlihat bahwa $(10 \times 4) + (2 \times 4)$ adalah 12×4 .



Selama proses diskusi siswa berlangsung, guru jangan “memaksakan” siswa untuk menggunakan strategi tertentu, tetapi cukup dengan cara pemberian stimulus untuk menggunakan strategi tertentu.

Pengarahan berpikir siswa pada sifat distributif dapat juga dilakukan atau diperkuat pada kegiatan konferensi kelas (diskusi kelas), dimana guru secara purposif meminta siswa yang menggunakan strategi distributif untuk memaparkan strategi penyelesaiannya kepada siswa lainnya. Kemudian strategi tersebut dijadikan

sebagai fokus untuk didiskusikan bersama, sehingga kelompok siswa yang belum menemukan strategi tersebut dapat memahaminya.

Selain memperhatikan strategi yang digunakan siswa, selama diskusi siswa guru juga berkeliling untuk memastikan bahwa setiap kelompok siswa terlibat dalam kegiatan diskusi dan mereka memahami apa yang harus didiskusikan.

Setelah siswa menemukan sifat distributif tersebut, untuk menguatkan pemahaman siswa tentang sifat distributif tersebut, guru menstimulus pemahaman siswa tersebut dengan memberikan sejumlah masalah tambahan yang diberikan secara bertahap guna mendukung terjadinya proses matematisasi progresif pada diri siswa (matematika informal ke matematika formal), yaitu: pertama, guru meminta siswa untuk membayangkan dan menentukan jumlah kaki meja pada 95 meja (masalah ini masih terkait dengan konteks kaki meja). Kedua, guru meminta siswa untuk menentukan hasil dari 9×12 (masalah mulai terlepas dengan konteks kaki meja).

KEGIATAN AKHIR PEMBELAJARAN

Tujuan:

Siswa dapat menggunakan sifat distributif dalam menyelesaikan masalah perkalian bilangan.

Bentuk Kegiatan:

Guru meminta siswa untuk menentukan hasil dari operasi bilangan-bilangan berikut ini:

1. 103×4
2. 9×199
3. 22×49

Hipotesis Respon Siswa:

Berbekal pemahaman yang didapatkan pada kegiatan sebelumnya, siswa dihipotesiskan dapat menggunakan sifat distributif dalam menyelesaikan masalah operasi perkalian bilangan tersebut.

Adapun kemungkinan strategi perhitungan yang digunakan siswa digambarkan pada proses notasi perhitungan berikut ini:

$$103 \times 4 = (100 \times 4) + (3 \times 4) = 400 + 12 = 412$$

$$9 \times 199 = (9 \times 200) - (1 \times 199) = 1.800 - 199 = 1.601$$

$$22 \times 49 = (10 \times 49) + (10 \times 49) + (2 \times 49) = 490 + 490 + 98 = 980 + 98 = 1.078$$

$$22 \times 49 = (22 \times 50) - (22 \times 1) = 1100 - 22 = 1.078$$

dan berbagai varian perhitungan lainnya yang berbasis sifat distributif.

Pedoman Guru

Jika siswa mengalami kesulitan menyelesaikan masalah perhitungan tersebut, guru meminta siswa mengingat kembali strategi perhitungan yang mereka gunakan (yaitu strategi distributif) dalam menentukan jumlah kaki meja pada kegiatan inti pembelajaran. Misalnya, ketika menentukan 12×4 pada jumlah kaki meja pada kelas A, siswa menyelesaikannya dengan strategi $(10 \times 4) + (2 \times 4)$.

Sebelum menutup pembelajaran, guru membantu siswa dalam menyimpulkan kegiatan pembelajaran, yaitu guru memberikan penegasan bahwa pada pembelajaran tersebut siswa menggunakan sifat distributif dalam menyelesaikan operasi perkalian bilangan.